



Technische Universität Darmstadt

Fachbereich Informatik
Fachgebiet Simulation, Systemoptimierung und Robotik
Prof. Dr. Oskar von Stryk

angefertigt am

Fachbereich Elektrotechnik und Informationstechnik
Fachgebiet Regelungstheorie und Robotik
Prof. Dr.-Ing. Jürgen Adamy

Entwicklung und Optimierung eines parallelkinematischen Halsgelenks

**Design and Optimization of a
Parallel Kinematic Neck Driving Mechanism**

Diplomarbeit

eingereicht von

Dirk Ruiken

am
21. Mai 2007

Gutachter: Prof. Dr. Oskar von Stryk
Zweitgutachter: Prof. Dr.-Ing. Jürgen Adamy

Betreuer: Dipl.-Ing. Christian Voigt

Zusammenfassung

Parallelkinematiken bieten im Allgemeinen gegenüber seriellen Kinematiken einige systembedingte Vorteile wie z. B. geringere bewegte Massen, höhere Genauigkeit und höhere Steifigkeit. Bei der Umsetzung von Roboterhalsgelenken sind jedoch bisher, u. a. aufgrund nicht ausreichender Größe der Arbeitsräume der verwendeten Parallelkinematiken, fast ausschließlich serielle Mechanismen verwendet worden.

Im Rahmen dieser Arbeit wurde ein parallelkinematisches Halsgelenk mit rotatorischen Antrieben entworfen. Der Mechanismus weist zwei rotatorische Freiheitsgrade – Gieren und Nicken – und einen translatorischen Freiheitsgrad – Vor-/Rücktranslation in Blickrichtung – auf. Dazu wurde in Anlehnung an das Kamera-Orientierungssystem *Agile Eye* die Topologie des Mechanismus erarbeitet. Sowohl die direkte als auch die inverse Kinematik wurden in Abhängigkeit der Parameter der Struktur analytisch hergeleitet. Zur mehrkriteriellen Optimierung der Parameter wurden evolutionäre Algorithmen eingesetzt. Als Gütekriterien kamen die lokale und die globale Kondition sowie eine geringe Baugröße des Mechanismus zur Anwendung. Einerseits wurden die Kriterien in einer Substitutionsfunktion zusammengefasst, andererseits zum Aufbau einer Pareto-Front verwendet. Der optimierte Mechanismus bietet einen Arbeitsraum, welcher in Bezug auf seine Freiheitsgrade dem Arbeitsraum des menschlichen Halses entspricht. Zudem weist der Mechanismus eine hohe Übertragungsgüte auf.

Ehrenwörtliche Erklärung

Hiermit versichere ich, die vorliegende Diplomarbeit ohne Hilfe Dritter und nur mit den angegebenen Quellen und Hilfsmitteln angefertigt zu haben. Alle Stellen, die aus den Quellen entnommen wurden, sind als solche kenntlich gemacht worden. Diese Arbeit hat in gleicher oder ähnlicher Form noch keiner Prüfungsbehörde vorgelegen.

Darmstadt, den 21. Mai 2007

.....

Inhaltsverzeichnis

1. Einleitung	1
1.1. Motivation	1
1.2. Ziel der Arbeit	2
1.3. Struktur der Arbeit	2
2. Grundlagen	3
2.1. Menschlicher Hals	3
2.2. Verwandte Arbeiten	5
2.2.1. Roboterhalsgelenke	5
2.3. Parallelkinematik	7
2.3.1. Mobilitätskriterium	9
2.3.2. Kinematik	11
2.3.3. Jacobi-Matrix	11
2.3.4. Singularitäten	12
2.3.5. Arbeitsraum	13
2.3.6. Gütekriterien	13
2.3.7. Optimierung	15
2.4. Verwandte Parallelkinematiken	18
3. Topologiesynthese	23
3.1. Vorgehen	23
3.2. Anforderungen	24
3.3. Erarbeitete Topologie	25
3.3.1. Mobilität	28
3.3.2. Parameter	31
3.3.3. Kinematik	32
4. Optimierung	53
4.1. Gütekriterien	54
4.1.1. Implementierung	56
4.2. Verfahren 1: Optimierung mit Substitutionsfunktion	59
4.2.1. Substitutionsfunktion	59
4.2.2. Optimierungsalgorithmus	60
4.3. Verfahren 2: Optimierung durch Aufbau der Pareto-Front	61
4.3.1. Gütekriterien	62
4.3.2. Optimierungsalgorithmus	62
5. Evaluierung	65
5.1. Ergebnisse	65

5.1.1. Verfahren 1: Optimierung mit Substitutionsfunktion	65
5.1.2. Verfahren 2: Optimierung durch Aufbau der Pareto-Front	67
5.2. Bewertung	72
6. Ausblick	85
6.1. Zusammenfassung	85
6.2. Ausblick	86
A. Anhang	87
A.1. Körperebenen	87
A.2. Gelenktypen und Empfehlungen zum Aufbau von Führungsketten	88
A.3. Kugelkoordinaten	88
A.4. Homogene Transformationen	89
A.5. Denavit-Hartenberg	90

Abbildungsverzeichnis

2.1.	Halsmuskulatur des menschlichen Halses	4
2.2.	Freiheitsgrade des Halses	5
2.3.	Serielles Halsgelenk von <i>Robota</i>	6
2.4.	Bilder der Roboter <i>Justin</i> , <i>Dexter</i> und <i>Barthoc</i>	6
2.5.	Bilder der Roboter <i>Asimo</i> , <i>ARMAR-III</i> und <i>WE-4</i>	7
2.6.	Parallelkinematischer Entwurf des <i>iCub-Head</i> -Projektes	8
2.7.	Entwürfe für Halsgelenke des <i>iCub-Head</i> -Projektes	9
2.8.	Beispiele für parallele, hybride und serielle Kinematik	10
2.9.	Aktorsingularität und Endeffektorsingularität	13
2.10.	Beispiel einer Pareto-Front	16
2.11.	Funktionsweise evolutionärer Algorithmen	17
2.12.	Sphärischer parallelkinematischer Mechanismus <i>Agile Eye</i>	19
2.13.	2D-Version des <i>Agile Eye</i>	20
2.14.	4D-Version des <i>Agile Eye</i> mit Schubgelenk	21
2.15.	4D-Version des <i>Agile Eye</i> ohne Schubgelenk	21
3.1.	Arbeitsraum des Mechanismus	25
3.2.	Arbeitsraum mit der Form eines Ellipsoiden	26
3.3.	CAD-Umsetzung der erarbeiteten Topologie	27
3.4.	Führungsketten des Mechanismus	28
3.5.	Rotationszentrum des sphärischen Untermechanismus	29
3.6.	Glieder des Schub-Untermechanismus	29
3.7.	Schematik des Schubmechanismus	30
3.8.	Ebene des Schubmechanismus	30
3.9.	Zu optimierende Parameter	32
3.10.	Zu optimierende Parameter des Schubmechanismus	33
3.11.	Definition der Richtungsvektoren w_i und v_i	34
3.12.	Koordinatensysteme des sphärischen Teiles der ersten Führungskette	35
3.13.	Koordinatensysteme des sphärischen Teiles der zweiten Führungskette	36
3.14.	Koordinatensysteme des sphärischen Teiles der dritten Führungskette	38
3.15.	Fallunterscheidung bei der Berechnung von ψ_3	42
3.16.	Schematische Darstellung von des Schubmechanismus zur Berechnung von q_3	44
3.17.	Schematische Darstellung des Schubmechanismus mit Variablen	46
4.1.	Wichtung der lokalen Kondition	55
4.2.	Fallunterscheidung zur Berechnung des minimalen Schubes	56
4.3.	Berechnung des maximalen Schubes	57
4.4.	Abtastung des Arbeitsraumes	58
4.5.	Schnitt durch das Ellipsoid des Arbeitsraumes: Abtastung	59

4.6. Dominanz von Individuen	63
4.7. Rang von Individuen	64
5.1. Selektion über globale und minimale lokale Kondition	69
5.2. Bestimmung von Gruppen in 2D: Globale Kondition in Abhängigkeit von α und β	70
5.3. Bestimmung von Gruppen in 3D: Globale Kondition in Abhängigkeit von α und β	70
5.4. Bestimmung von Gruppen: Globale Kondition und minimale lokale Kondition in Abhängigkeit von α und β	71
5.5. Erläuterung der Schnittgrafiken	73
5.6. Lokale Kondition von Lösung 1	74
5.7. Lokale Kondition von Lösung 2	75
5.8. Lokale Kondition von Lösung 3	76
5.9. Lokale Kondition von Lösung 4	77
5.10. Lokale Kondition von Lösung 5	78
5.11. Globale und minimale lokale Kondition im 'komfortablen' Arbeitsbereich	79
5.12. Globale und minimale lokale Kondition im erweiterten Arbeitsraum	79
5.13. Globale und minimale lokale Kondition im Ellipsoiden des Arbeitsraums	80
5.14. CAD-Darstellung des optimierten Mechanismus	81
5.15. Maximales Gieren des optimierten Mechanismus	81
5.16. Kombinationen von Gieren und Nicken des optimierten Mechanismus	82
5.17. Verschiedene Werte für Vor-/Rücktranslation des optimierten Mechanismus	83
A.1. Darstellung der Schnittebenen durch den Körper	87
A.2. Beispiel für Kugelkoordinaten	89
A.3. Beispiel für Kugelkoordinaten	90
A.4. Beispiel eines Roboters mit Koordinatensystemen nach Denavit-Hartenberg	91

Tabellenverzeichnis

2.1. Bewegungsfreiheit der Rotationen des menschlichen Halses	4
2.2. Freiheitsgrade verwandter Strukturen	18
3.1. Anforderungen an die Bewegungsfreiheit der Freiheitsgrade	25
3.2. Liste der Aktoren	26
3.3. Denavit-Hartenberg-Parameter der sphärischen Unterführungskette 1	34
3.4. Denavit-Hartenberg-Parameter der sphärischen Unterführungskette 2	36
3.5. Denavit-Hartenberg-Parameter der sphärischen Unterführungskette 3	37
4.1. Wertebereiche der zu optimierenden Parameter	60
4.2. Verteilung der Anfangspopulation und Anfangsmutationsweiten	61
5.1. Anzahl Eltern je Parameter	65
5.2. Wertebereiche der optimierten Parameter	66
5.3. Ergebnisse der Optimierung mit Verfahren 1	67
5.4. Parameter zu den Ergebnissen der Optimierung	67
5.5. Ergebnisse der Optimierung mit Verfahren 2	71
5.6. Verfeinerte Bewertung	72
5.7. Zusammenfassung der Lösungen mit Parametern und Gütewerten	80
A.1. Gelenktypen mit Abkürzung und Gelenkfreiheitsgraden	88
A.2. Empfehlungen zur Aufteilung der Gelenkfreiheitsgrade in Führungsketten	88

Verzeichnis der Symbole

Griechische Symbole

α	Modellparameter: von den beiden Drehachsen des ersten Gliedes der äußeren Führungsketten eingeschlossener Winkel
α_i	Parameter der Denavit-Hartenberg-Konventionen
β	Modellparameter: von den beiden Drehachsen des zweiten Gliedes der äußeren Führungsketten eingeschlossener Winkel
η	globale Konditionszahl
κ	lokale Konditionszahl
λ	Anzahl der Nachkommen
μ	Anzahl der Eltern
μ_i	Stellung (Winkel) des ersten passiven Gelenkes der i -ten Führungskette
ψ_3	den Schubmechanismus bestimmender Winkel zwischen v_1 und v_3 bzw. v_2 und v_3
ψ_4	Winkel im Schubmechanismus
$\psi_{34}, \psi_{4a}, \psi_{4b}$	Winkel im Schubmechanismus
σ	Singularwert einer Matrix
τ_0, τ_1	Mutationskonstanten
θ_i	Stellung (Winkel) des Aktors der i -ten Führungskette
φ_i	Parameter der Denavit-Hartenberg-Konventionen
ζ	inverse lokale Konditionszahl

Lateinische Symbole

\tilde{B}	tatsächliche Bauteillänge des dimensionierten Mechanismus
\tilde{h}	Abstand der Enden der sphärischen Unterabschnitte der äußeren Führungsketten vom Rotationszentrum
\tilde{L}_2	tatsächliche Bauteillänge des dimensionierten Mechanismus
\tilde{L}_3	tatsächliche Bauteillänge des dimensionierten Mechanismus
\vec{a}	Vektor der Geschwindigkeiten der Aktoren
\vec{x}	Vektor der Geschwindigkeiten des Endeffektors
\vec{a}	Vektor der Aktorenstellungen
\vec{x}	Vektor zur Beschreibung der Endeffektorstellung
${}^i T_j$	homogene Transformationsmatrix
a_1, a_2, a_3, a_4	Wichtungen der Kriterien der Fitnessfunktion
a_i	Parameter der Denavit-Hartenberg-Konventionen
A_x	Koeffizient einer quadratischen Gleichung
B	Modellparameter: Bauteillänge relativ zu h

B_x	Koeffizient einer quadratischen Gleichung
C_x	Koeffizient einer quadratischen Gleichung
c_x, s_x	Kurzform für $\cos(x)$ und $\sin(x)$
D	Drehgelenk
D_3	Kugelgelenk
d_i	Anzahl der Freiheitsgrade von Gelenk i
d_i	Parameter der Denavit-Hartenberg-Konventionen
d_x	Substitutionsvariable
F	Fitness
f	Fitnessfunktion
f_i	Gütwerte bezüglich verschiedener Kriterien
g	Wichtung für gewichtete globale Kondition
G_1, G_2	Wichtungsfaktoren
h	Abstand der Enden der sphärischen Unterabschnitte der äußeren Führungsketten vom Rotationszentrum
$J(\vec{a})$	Jacobi-Matrix zu Aktorenstellungen a
$J^{-1}(\vec{a})$	inverse Jacobi-Matrix zu Aktorenstellungen a
k	Anzahl Kinder pro Elter
l	Anzahl der Mechanismusglieder
L_2	Modellparameter: Bauteillänge relativ zu h
L_3	Modellparameter: Bauteillänge relativ zu h
m	Anzahl der Parameter der räumlichen Anordnung des Endeffektors
m	Mobilität eines Mechanismus nach der Grübler-Formel
n	Anzahl der Abtastpunkte im Arbeitsraum
n	Anzahl der Aktoren
n	Anzahl der Gelenke des Mechanismus
$numEltern_i$	Anzahl der Individuen im Startbereich für Parameter i
O	Rotationszentrum
p_1, p_2, p_3	Substitutionsvariablen
$P_{3,i}$	Endpunkt des sphärischen Unterabschnitts der Führungskette i
q_1	Endeffektorstellung: Winkel des Gierens
q_2	Endeffektorstellung: Winkel des Nickens
q_3	Endeffektorstellung: Länge der Translation
$q_3, Lange$	Größe des Arbeitsraumes bezüglich q_3 bei der Optimierung
q_3, max	maximal erreichbare Stellung bezüglich q_3
q_3, min	minimal erreichbare Stellung bezüglich q_3
S	Schubgelenk
S	Skalierungsfaktor
s_1, s_2, s_3	Längen im Schubmechanismus
T_x	Substitutionsvariable
v_i	Richtung der Dreh-/Schubachse des dritten Gelenkes der i -ten Führungskette
W	Arbeitsraum
w_i	Richtung der Drehachse des zweiten Gelenkes der i -ten Führungskette
w_i	Wichtungen zu den Gütwerten f_i
x	Basisvektor des absoluten Koordinatensystems

x_i	Basisvektoren des i -ten Koordinatensystems
y	Basisvektor des absoluten Koordinatensystems
y_i	Basisvektoren des i -ten Koordinatensystems
z	Basisvektor des absoluten Koordinatensystems
z_i	Basisvektoren des i -ten Koordinatensystems

EINLEITUNG

Inhalt des Kapitels

1.1. Motivation	1
1.2. Ziel der Arbeit	2
1.3. Struktur der Arbeit	2

1.1. Motivation

Roboter werden in Zukunft eine zunehmend große Rolle spielen. Im Zuge immer komplexerer Umgebungen und Aufgaben wachsen die an sie gestellten Anforderungen. Sie werden Arbeiten in der Nähe von oder sogar zusammen mit Menschen verrichten und dabei mit ihnen kommunizieren und interagieren müssen. Um solchen Aufgaben gewachsen zu sein und sie erfolgreich bewältigen zu können, ist eine gute Wahrnehmung, aber auch ein gutes Verständnis der sie umgebenden Umwelt unabdingbar.

Vor diesem Hintergrund wird es um so attraktiver, neue Möglichkeiten der Wahrnehmung und des Verstehens zu erforschen. Im Falle von humanoiden Robotern sind die wichtigsten Wahrnehmungsarten das Sehen und Hören. Durch sie können Objekte oder Personen identifiziert und lokalisiert werden. Sie liefern Informationen über die eigene Position, mögliche Hindernisse und Interaktionsmöglichkeiten.

Die Fähigkeit, die Sensoren zu bewegen, kann die Wahrnehmung stark erhöhen. Hier spricht man von aktiver Sensorik. So wird zum einen der Wahrnehmungsbereich, bei gegebenem eingeschränkten Messbereich, vergrößert, zum anderen wird eine Verfolgung von bewegten Objekten möglich. Im Fall von humanoiden Robotern können Drehungen des Kopfes zur Verbesserung der visuellen und auditiven Lokalisierung führen.

Zur Schaffung einer Forschungs- und Demonstrationsplattform für binaurale ('beidohrige') und binokulare ('beidäugige') Signalverarbeitung wird derzeit am *Fachgebiet Regelungstheorie und Robotik* ein Baukastensystem für Roboterköpfe entwickelt. Mit Hilfe des **Roboter-Kopf-Bionik-Baukastens** (*RoboKoBB*) soll es möglich werden, Roboterköpfe, in Bezug auf die Ausstattung und Fähigkeiten der montierten Sensoren, mit minimalem Aufwand entsprechend den Bedürfnissen der anliegenden Forschung anpassen zu können.

Zur Positionierung des Kopfes wird ein Halsgelenk benötigt. Bei derzeitig existierenden Halsgelenken handelt es sich fast ausschließlich um serielle Strukturen. Parallelkinematische Mechanismen würden hier einige systembedingte Vorteile bieten. Daher wird der Entwurf eines entsprechenden Halsgelenkes angestrebt.

1.2. Ziel der Arbeit

Im Rahmen dieser Diplomarbeit soll ein Mechanismus entworfen und optimiert werden, welcher als Halsgelenk für das *RoboKoBB*-Projekt eingesetzt werden kann. Im Gegensatz zu den meisten existierenden Roboterhalsgelenken soll dieser Mechanismus parallelkinematisch aufgebaut sein, um die Vorteile und Stärken dieser Mechanismen nutzbar zu machen. Hierzu zählen unter anderem die Möglichkeit der Anbringung der Aktoren an der Basis, um die bewegten Massen niedrig zu halten. Das Halsgelenk soll über drei Freiheitsgrade verfügen. Zwei rotatorische Freiheitsgrade – Gieren und Nicken – ermöglichen die Orientierung des Kopfes. Ein translatorischer Freiheitsgrad – die Vor- und Rückbewegung in Blickrichtung des Kopfes – ermöglicht u. a. die Untersuchung von Methoden zur Tiefenwahrnehmung, wie sie bei binokularen Lebewesen zu beobachten sind. Der Arbeitsraum soll in diesen Freiheitsgraden dem Arbeitsraum des menschlichen Halses entsprechen. Bei existierenden parallelkinematischen Halsgelenken war der erzielte Arbeitsraum bisher stets zu klein. Ebenso wie im restlichen *RoboKoBB*-Projekt sollen rotatorische Aktoren als Antriebe eingesetzt werden. Außerdem soll der Mechanismus möglichst gute Übertragungseigenschaften in Bezug auf Kraft-/Weg- bzw. Fehlerübertragung aufweisen.

1.3. Struktur der Arbeit

Das folgende Kapitel beschreibt kurz den Aufbau des menschlichen Halses und seiner Bewegungsmöglichkeiten. Anschließend werden Beispiele von existierenden Halsgelenken humanoider Roboter vorgestellt. Anschließend werden die Grundbegriffe und Besonderheiten von Parallelkinematiken und den verwendeten Optimierungsverfahren erläutert. Schließlich werden einige parallelkinematische Strukturen vorgestellt, auf welchen der in dieser Arbeit entwickelte parallelkinematische Mechanismus basiert. In Kapitel 3 wird das Vorgehen zur Synthese der Topologie des Halsgelenkes beschrieben, die erarbeitete Topologie präsentiert und erläutert, wie die Anzahl der zu optimierenden Parameter minimiert wurde. Schließlich werden die direkte und die inverse Kinematik in Abhängigkeit der Parameter aufgestellt. In Kapitel 4 werden zwei Verfahren zur Optimierung der Parameter des Mechanismus vorgestellt, Bewertungskriterien ausgewählt und in einer Fitnessfunktion für die Optimierung implementiert. Die Ergebnisse der unterschiedlichen Verfahren werden in Kapitel 5 zusammengestellt und ausgewertet. Anhand dieser Betrachtungen wurde der Mechanismus ausgewählt, der für ein Halsgelenk am geeignetsten zu sein scheint. Kapitel 6 liefert eine Zusammenfassung der vorliegenden Arbeit und einen Ausblick auf mögliche Verbesserungen und Weiterentwicklungen.

GRUNDLAGEN

Inhalt des Kapitels

2.1. Menschlicher Hals	3
2.2. Verwandte Arbeiten	5
2.2.1. Roboterhalsgelenke	5
2.3. Parallelkinematik	7
2.3.1. Mobilitätskriterium	9
2.3.2. Kinematik	11
2.3.3. Jacobi-Matrix	11
2.3.4. Singularitäten	12
2.3.5. Arbeitsraum	13
2.3.6. Gütekriterien	13
2.3.7. Optimierung	15
2.4. Verwandte Parallelkinematiken	18

2.1. Menschlicher Hals

Der menschliche Hals besitzt einen relativ komplexen Aufbau. Eine Vielzahl unterschiedlicher Muskeln sind in verschiedenen Schichten rund um den Hals angeordnet. Abbildung 2.1 liefert einen Überblick über die Anordnung und den Verlauf der beteiligten Muskeln. Bei Bewegungen des Halses sind mehrere Gelenke der Wirbelsäule sowie das Kopfgelenk beteiligt. Allerdings besitzt der Hals keine Zwangsführungen, d. h. es gibt keine vorgegebenen Bewegungsrichtungen. Daher können alle Muskeln jeweils Bewegungen in mehrere Richtungen bewirken. Aus diesem Grund sind die meisten zielgerichteten Bewegungen des Halses nur durch synergetisches und/oder antagonistisches Zusammenwirken mehrerer Muskeln möglich [Kap85, Pla05].

Der Hals besitzt sowohl rotatorische als auch translatorische Freiheitsgrade. Die rotatorischen Freiheitsgrade werden als *Gieren* (Drehung in der Horizontalebene), *Nicken* (Drehung in der Sagittalebene) und *Rollen* (Drehung in Frontalebene) des Kopfes bezeichnet (siehe Abbildung 2.2 und Abschnitt A.1).

Die translatorischen Freiheitsgrade sind die Vor-/Rückbewegung (siehe Abbildung 2.2(b)) sowie die Seitwärtsbewegung [Pla05].

2. Grundlagen

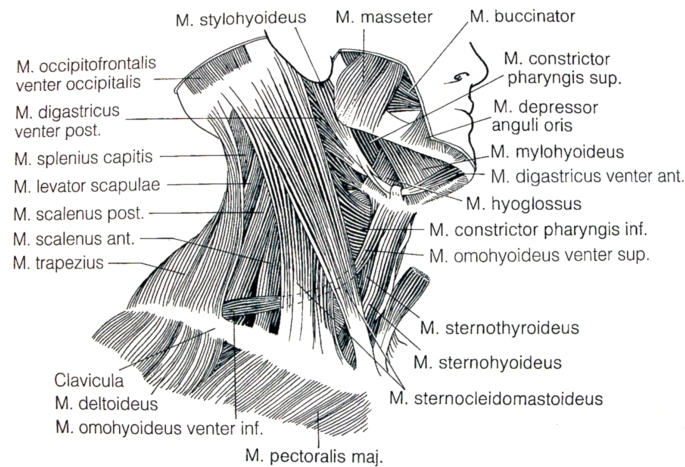


Abbildung 2.1.: Teil der Halsmuskulatur des menschlichen Halses mit Muskelbezeichnungen [SSZ99]

Der im Rahmen dieser Arbeit zu entwickelnde Mechanismus soll lediglich das Gieren und Nicken sowie die Vor- und Rückbewegung in Blickrichtung umsetzen können. Dadurch kann der Kopf ausgerichtet werden und/oder Objekte verfolgen. Außerdem besteht die Möglichkeit, die Vor-/Rücktranslation zur Verbesserung der Tiefenwahrnehmung zu nutzen, wie es auch aus der Tierwelt bekannt ist [WvB05].

Für die maximalen Bewegungswinkel bzw. -strecken findet man unterschiedliche Angaben in der Literatur. Ferrario et al. [FSS⁺02] und Kapandji [Kap85] beschreiben jeweils die maximal möglichen Auslenkungen. Dagegen sind die von Panero und Zelnik [PZ05] angegebenen Werte als Bereich der noch als komfortabel empfundenen Auslenkungen zu verstehen. Alle Werte sind in Tabelle 2.1 aufgelistet.

Freiheitsgrad	Ferrario et al.	Kapandji	Panero & Zelnik
Gieren	+80°/-80°	+ 80°/-80°	+55°/-55°
Nicken	+60°/-70°	insgesamt 130°	+40°/-50°
Rollen	+40°/-40°	+ 45°/-45°	+40°/-40°

Tabelle 2.1.: Angaben zur Bewegungsfreiheit der Rotationen des menschlichen Halses in Grad [FSS⁺02, Kap85, PZ05]

Werte zu den translatorischen Freiheitsgraden werden bei keiner der genannten Quellen angegeben. Hier wird für die Vor- und Rückbewegungen des Kopfes eine ungefähre Bewegungsfreiheit von 10 cm angenommen. Es ist anzumerken, dass die Angaben jeweils nur für Bewegungen in eine Richtung gelten. Bei kombinierten Bewegungen (z. B. gleichzeitiges Gieren und Nicken) wurden keine Angaben gefunden. Daher wird im weiteren Verlauf von entsprechend verringerten Maximalwerten ausgegangen.

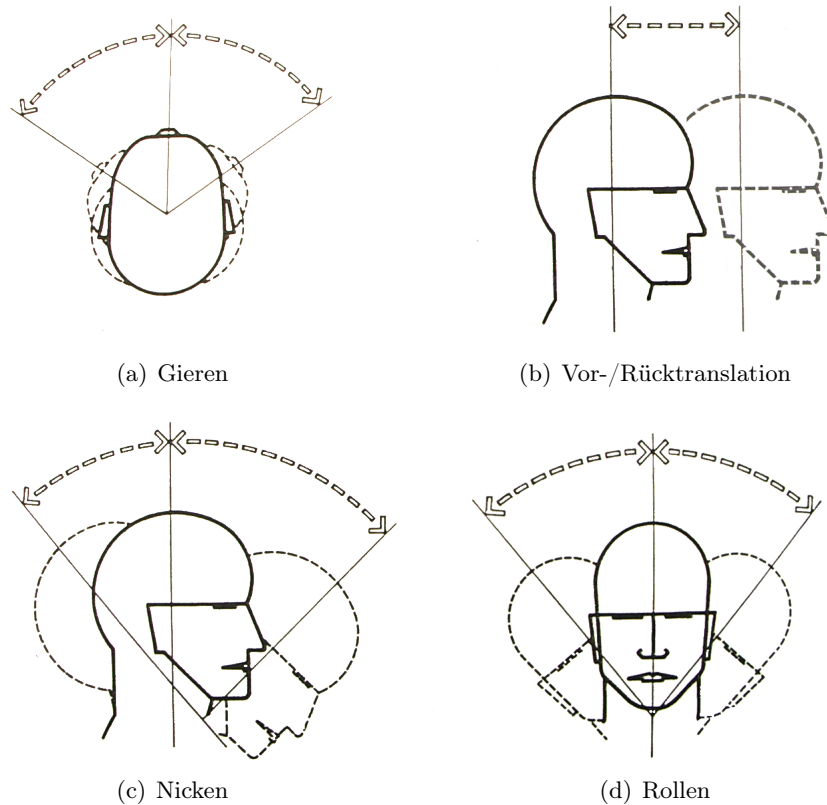


Abbildung 2.2.: Freiheitsgrade des Halses [PZ05]

2.2. Verwandte Arbeiten

Im folgenden Abschnitt werden einige existierende Roboterhalsgelenke mit ihren unterschiedlichen Eigenschaften und Fähigkeiten präsentiert. Auf verwandte parallelkinematische Mechanismen wird später in Abschnitt 2.4 eingegangen.

2.2.1. Roboterhalsgelenke

Existierende Halsgelenke für Roboter haben, je nach Schwerpunkt der damit betriebenen Forschung, sehr unterschiedliche Fähigkeiten. Das Gieren und das Nicken sind aufgrund ihrer Bedeutung für die aktive Signalverarbeitung meistens implementiert, allerdings bilden sie oft auch die einzigen implementierten Freiheitsgrade des Halsgelenkes oder gar des Kopfes. So sind zum Beispiel die humanoiden Roboter *HRP-2* von Kawada Industries [KKK⁺04] und *Asimo* von Honda [SWA⁺02] jeweils nur mit zwei Freiheitsgraden am Hals ausgestattet. Seit 2004 gibt es eine neue Forschungsversion von *Asimo*, welche um die Fähigkeit des Rollens des Kopfes erweitert wurde, um dadurch Emotionen besser ausdrücken zu können [Hon04]. Die humanoiden Oberkörper *Justin* vom DLR [OEF⁺06] und *Dexter* von der University of Massachusetts, Amherst [LPR07] verfügen ebenfalls nur über die Fähigkeit des Gierens und des Nickens.

Beispiele für Roboterhalsgelenke mit drei Freiheitsgraden sind *Wabian-2* [OAS⁺06], *Robota* [GRGB05, RGGB06] und der *iCub-Head* des *RobotCub*-Projektes (siehe Abbildung 2.7(b)) [BLP⁺05, BLP⁺06]. Das Halsgelenk von *Robota* ist in Abbildung 2.3 zu sehen. Bei den umgesetzten Freiheitsgraden handelt es sich jeweils um Gieren, Nicken und Rollen.

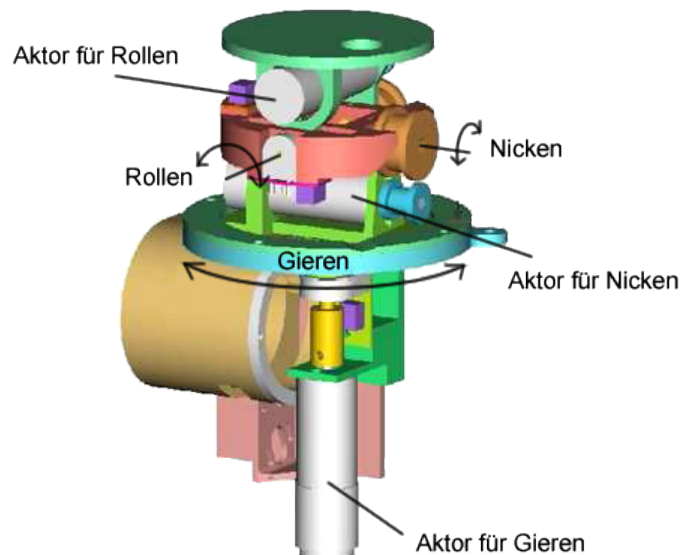
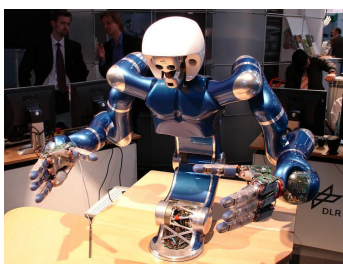


Abbildung 2.3.: Serielles Halsgelenk von *Robota* [GRGB05]

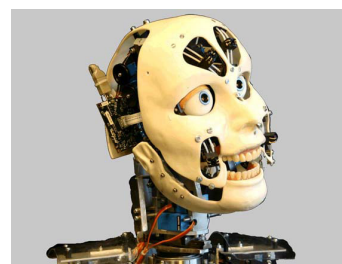
Um ein weiteres Gelenk wurden *Cog* vom MIT [MIT07], *ARMAR-III* von der Universität Karlsruhe [ABB04, ARA⁺06] und *WE-4* von der Waseda Universität in Tokyo [MOTT02] erweitert. Sie haben ein weiteres Gelenk zum Nicken, wodurch es ihnen möglich ist, Kopf und Hals nach vorne zu neigen oder aber eine Vor-/Rückbewegung mit dem Kopf auszuführen. Im Falle von *WE-4* soll die ermöglichte Vor-/Rückbewegung zur verbesserten Tiefenwahrnehmung genutzt werden. Bei *Barthoc* von der Universität Bielefeld [HSF⁺05] sind die drei rotatorischen Freiheitsgrade durch eine lineare Vor-/Rückbewegung ergänzt worden. Bilder der verschiedenen Roboter sind in Abbildungen 2.4 und 2.5 zu sehen.



(a) *Justin* [OEF⁺06]



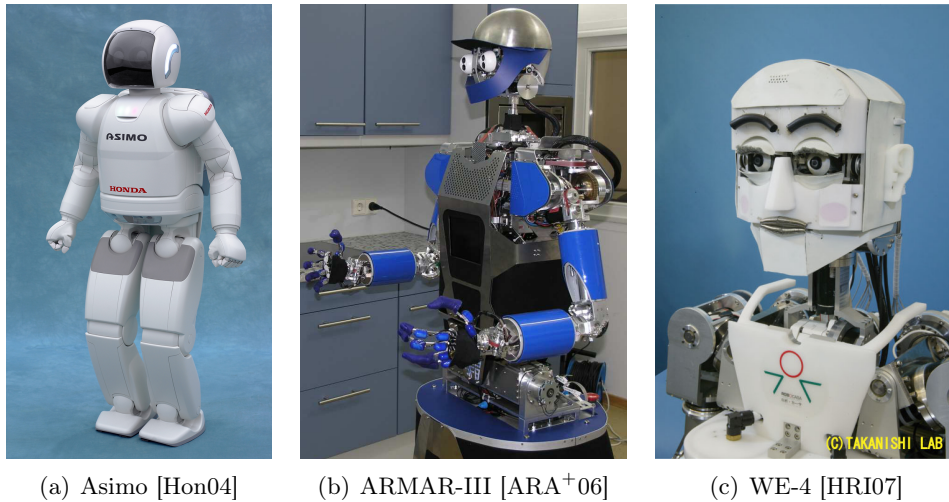
(b) *Dexter* [LPR07]



(c) *Barthoc* [HSF⁺05]

Abbildung 2.4.: Humanoide Roboter mit seriellen Halsgelenken mit zwei Freiheitsgraden bei (a) und (b) sowie mit vier Freiheitsgraden bei (c)

Bei fast allen dieser Halsgelenke handelt es sich um serielle Umsetzungen der Mechanismen.



(a) Asimo [Hon04]

(b) ARMAR-III [ARA⁺06]

(c) WE-4 [HRI07]

Abbildung 2.5.: Humanoide Roboter mit seriellen Halsgelenken mit drei Freiheitsgraden bei (a) sowie mit vier Freiheitsgraden bei (b) und (c)

Im Hals von *Cog* werden zwar Nicken und Rollen über ein Differential von zwei Motoren angetrieben, die beiden anderen Freiheitsgrade jedoch in Serie dazu angeordnet.

Für den *iCub-Head* wurde zwar eine parallelkinematische Version (siehe Abbildung 2.6) entwickelt, konnte jedoch aufgrund eines zu kleinen Arbeitsraumes und schwer kontrollierbaren Eigenkollisionen nicht verwendet werden [BLP⁺06]. Außerdem wurde eine hybride Version entwickelt, welche die Flexibilität der menschlichen Wirbelsäule mit Hilfe einer Feder und eines parallelen Antriebes durch Kabelzüge nachempfinden sollte (siehe Abbildung 2.7(a)). Diese wurde mit einem zusätzlichen Aktor zum Drehen des Kopfes erweitert, um den Arbeitsraum zu vergrößern. Allerdings wurde diese Version aufgrund geringer Wiederholgenauigkeit und Präzision nicht in der Kopfkonstruktion verwendet [BLP⁺06]. Zu erwähnen ist auch die Nachbildung des Systems der Wirbelsäule in *Kotaro* [MYS⁺06]. Diese basiert auf einem ähnlichen System. Es ist jedoch unklar, welche Freiheitsgrade diese aufweist und welche Arbeitsräume erzielt werden.

Es gibt zwar parallelkinematische Halsgelenke, die jedoch aufgrund eines eingeschränkten Arbeitsraumes verworfen wurden. Im Rahmen dieser Arbeit soll ein Halsgelenk entworfen werden, welches parallelkinematisch aufgebaut ist und dennoch einen ausreichend großen Arbeitsraum bietet, welcher sich am Arbeitsraum des menschlichen Halses orientiert.

2.3. Parallelkinematik

Im Allgemeinen verfügt ein Manipulator über einen Endeffektor, an welchem ein Greifer oder anderes Werkzeug befestigt ist. Der Endeffektor ist durch eine oder mehrere Führungsketten aus Gliedern und Gelenken mit der ortsfesten Basis verbunden. Existiert genau eine Führungskette, so spricht man von einer offenen kinematischen Kette (*open-loop*) und einem *seriellen* Mechanismus/Manipulator (siehe Abbildung 2.8(c)). Gibt es mehrere solcher Ketten, handelt es sich um geschlossene kinematische Ketten (*closed-loop*) und einen *par-*

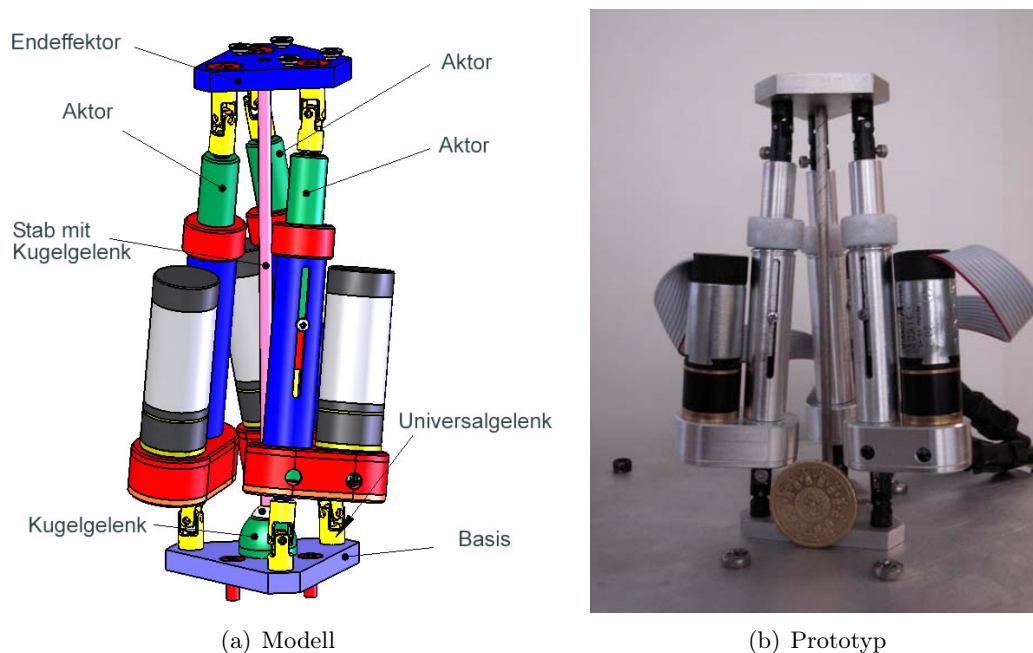


Abbildung 2.6.: Parallelkinematischer Entwurf des *iCub-Head*-Projektes [BLP⁺05]

allelen Mechanismus (siehe Abbildung 2.8(a)), der auch Parallelkinematik genannt wird. Eine Kombination beider Varianten bezeichnet man als *hybrid* (siehe Abbildung 2.8(b)).

Parallele Mechanismen können im Gegensatz zu seriellen Mechanismen neben aktiven Gelenken auch über passive Gelenke bzw. Gelenkfreiheitsgrade verfügen. Diese werden dann nicht direkt von einem Aktor angetrieben, sondern ihre Stellung ergibt sich aus der Konfiguration des gesamten Mechanismus. Dies wird durch eine Zwangsführung der passiven Gelenke aufgrund der Anordnung der Gelenke erreicht. Oft gibt es bei Parallelkinematiken mehrere Arten, den Mechanismus zusammenzubauen (auch *Assembly Modes* genannt), so dass bei gegebenen Stellungen der Aktoren passive Gelenke in jeweils unterschiedlichen Stellungen vorliegen.

Als vollständig paralleler Mechanismus wird ein Mechanismus bezeichnet, bei dem die Anzahl der Führungsketten der Anzahl der Freiheitsgrade entspricht. Meist ist ein vollständig paralleler Manipulator erwünscht, da hierbei pro Führungskette ein Aktor genutzt und dieser direkt an der Basis angebracht werden kann. Dadurch muss beim Bewegen des Endeffektors nicht die Masse der anderen Aktoren mitbewegt werden, wie dies bei seriellen Manipulatoren der Fall ist. Durch die niedrigere Trägheit sind sowohl höhere Beschleunigungen und damit höhere Geschwindigkeiten als auch niedrigere statische Belastungen der Führungsketten möglich. Außerdem führt die erhöhte Anzahl von Führungsketten dazu, dass die Belastung sich auf diese aufteilt. Sowohl die Gelenke als auch die Glieder benötigen dadurch eine geringere Stabilität. Zusätzlich wird durch die Anbringung der Aktoren an der Basis die Kabelführung erleichtert.

Allerdings führt die erhöhte Anzahl an Führungsketten auch dazu, dass die entsprechende Konstruktion durch die gleichzeitig höhere Anzahl an Gelenken und Gliedern, im Vergleich

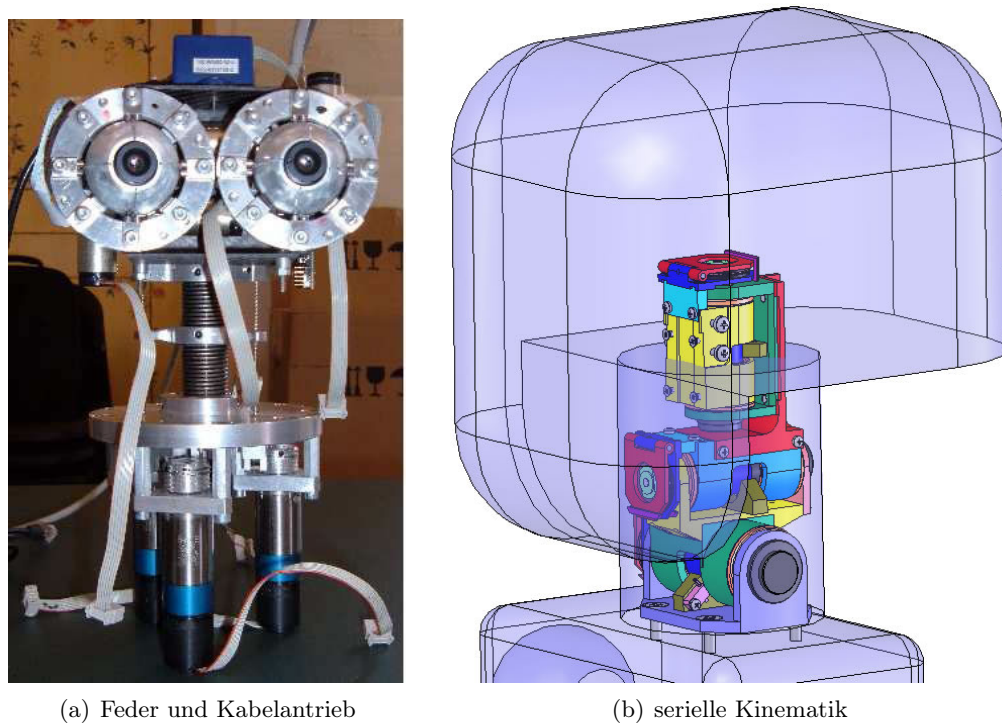


Abbildung 2.7.: Entwürfe für Halsgelenke des *iCub-Head*-Projektes [BLP⁺05, BLP⁺06]

zu seriellen Kinematiken, komplexer werden kann. Außerdem ist der Entwurf im Allgemeinen aufwändiger, da die resultierenden Bewegungen des Endeffektors nicht so intuitiv verständlich sind wie bei seriellen Kinematiken.

In der Regel ist bei seriellen Strukturen die direkte Kinematik analytisch eindeutig lösbar und die inverse Kinematik besitzt mehrere Lösungen, die durch aufwändige numerische Berechnungen gelöst werden. Bei parallelen Strukturen hingegen ist oft nur die inverse Kinematik analytisch eindeutig lösbar und zum Lösen der direkten Kinematik werden aufwändige numerische Berechnungen benötigt [Neu06].

2.3.1. Mobilitätskriterium

Die Mobilität eines Mechanismus entspricht der Anzahl seiner Freiheitsgrade. Sie hängt von der Geometrie des Mechanismus, der Anzahl der Gelenke und deren Freiheitsgraden sowie der Anzahl der Glieder und Führungsketten ab. Ein Mechanismus, dessen Aktoren festgestellt sind, sollte eine Mobilität von 0 aufweisen. Sind die angetriebenen Gelenke frei beweglich, so sollte die Mobilität den Freiheitsgraden des Mechanismus entsprechen.

Für *closed-loop*-Mechanismen ist es sehr schwierig, eine Formel für ihre Mobilität zu definieren. Die klassische und wohl am meisten verwendete Formel ist die *Grübler-Formel*. Mit ihr lassen sich die nötige Anzahl an Gelenken, Gelenkfreiheitsgraden und Führungsketten in Abhängigkeit der erwünschten Freiheitsgrade des Mechanismus berechnen. Damit eignet sie sich als Hilfsmittel beim Entwurf von neuen Mechanismen. Ebenso kann mit

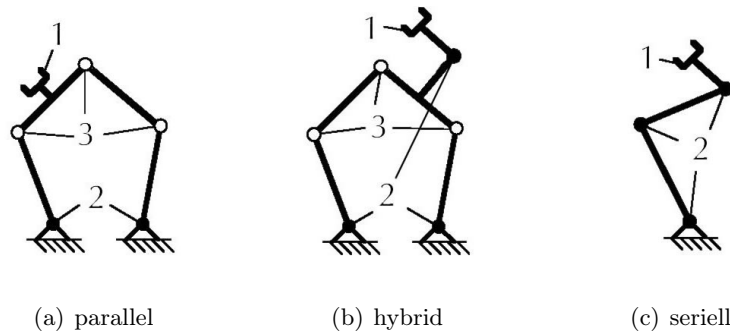


Abbildung 2.8.: Beispiele für parallele, hybride und serielle Kinematik (1: Endeffektor, 2: aktive Gelenke, 3: passive Gelenke) [Bun06]

ihr überprüft werden, ob bei einem entworfenen Mechanismus die verwendete Anzahl von Gelenken, Gelenkfreiheitsgraden und Führungsketten zu den erwünschten Freiheitsgraden des Mechanismus passt.

Die Grübler-Formel liefert für einen ebenen oder sphärischen Mechanismus die Mobilität

$$m = 3(l - n - 1) + \sum_{i=1}^n d_i \quad (2.1)$$

und für einen dreidimensionalen Mechanismus die Mobilität

$$m = 6(l - n - 1) + \sum_{i=1}^n d_i. \quad (2.2)$$

Dabei steht l für die Anzahl der Mechanismusglieder einschließlich der Basis, n für die Anzahl der Gelenke und d_i für die jeweiligen Freiheitsgrade von Gelenk i .

Aufgrund einiger seltener Ausnahmen und ihrer dadurch nicht allgemeinen Gültigkeit kann sie nicht als absolutes Maß angesehen werden und sollte nur mit Vorsicht eingesetzt werden. Dennoch kann sie immer als erster Anhaltspunkt verwendet werden.

Wird die Grübler-Formel als Hilfe beim Entwurf eingesetzt, so kann zu einer gewählten Anzahl an Freiheitsgraden und Führungsketten die benötigte Gesamtanzahl an Gelenkfreiheitsgraden bestimmt werden. Diese können dann auf die Führungsketten verteilt werden. Innerhalb jeder Führungskette können diese Freiheitsgrade durch Kombinationen von verschiedenen Gelenken erreicht werden. Eine Liste mit verschiedenen Gelenktypen ist in Tabelle A.1 zu finden. Empfehlungen von Neugebauer [Neu06] zur Aufteilung der Freiheitsgrade einer Führungskette sind in Tabelle A.2 wiedergegeben. Dieser Schritt bedarf Intuition und Erfahrung, da durch die richtige Wahl der Gelenke und deren Anordnung eine Zwangsführung erzeugt werden muss, welche ausschließlich die benötigten Freiheitsgrade des Mechanismus ermöglichen soll. Gleichzeitig hängt dieser Schritt aber auch stark von vorhandenen Technologien ab.

2.3.2. Kinematik

Die Kinematik einer Struktur umfasst die Beschreibung der Positionen, Geschwindigkeiten und Beschleunigungen aller Glieder und Gelenke der Struktur. Von besonderem Interesse bei der Kinematik ist die Beschreibung des Zusammenhangs zwischen Aktorenstellungen \vec{a} und Endeffektorstellung \vec{x} .

In der Robotik wird zwischen zwei unterschiedlichen kinematischen Problemen unterschieden:

Direkte Kinematik

Die Berechnung der Endeffektorstellung (Position und Orientierung) aus den bekannten Aktorenstellungen bezeichnet man als *direktes kinematisches Problem*, kurz: *direkte Kinematik* oder *Vorwärtskinematik*:

$$\vec{x} = f(\vec{a}).$$

Inverse Kinematik

Die Berechnung der benötigten Aktorenstellungen zu einer bekannten Endeffektorstellung bildet das *inverse kinematische Problem*, kurz: *inverse Kinematik* oder *Rückwärtskinematik*. Um den Endeffektor in eine gewünschte Stellung bringen zu können, müssen aus dessen gegebener Lage alle Gelenkstellungen, die dafür nötig sind, berechnet werden:

$$\vec{a} = f^{-1}(\vec{x}).$$

Berechnung:

Bei seriellen Mechanismen ist die direkte Kinematik in der Regel analytisch lösbar, während die inverse Kinematik meist mit numerischen Verfahren berechnet werden muss. Bei parallelen Mechanismen ist im Gegensatz dazu oft die inverse Kinematik analytisch lösbar und die direkte Kinematik erfordert numerische Verfahren.

2.3.3. Jacobi-Matrix

Der Zusammenhang zwischen den Geschwindigkeiten der Aktoren und der Geschwindigkeit des Endeffektors wird von der *Jacobi-Matrix* beschrieben. Dabei ist die Matrix von der Stellung des Mechanismus abhängig und muss dementsprechend für jede Stellung des Mechanismus neu berechnet werden. Die Position und Geschwindigkeit der Aktoren werden mit den Vektoren $\vec{a} = (a_1, \dots, a_n)^T$ und $\dot{\vec{a}} = (\dot{a}_1, \dots, \dot{a}_n)^T$ angegeben. Vektoren $\vec{x} = (x_1, \dots, x_m)^T$ und $\dot{\vec{x}} = (\dot{x}_1, \dots, \dot{x}_m)^T$ repräsentieren die räumliche Anordnung (Position und Orientierung) des Endeffektors und deren zeitliche Ableitung. n entspricht der Anzahl der Aktoren. m hängt von der Anzahl der Parameter der räumlichen Anordnung des Endeffektors ab.

$$\dot{\vec{x}} = J(\vec{a})\dot{\vec{a}}, \quad \begin{pmatrix} \dot{x}_1 \\ \vdots \\ \dot{x}_m \end{pmatrix} = J \begin{pmatrix} a_1 \\ \vdots \\ a_n \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \dot{a}_1 \\ \vdots \\ \dot{a}_n \end{pmatrix} \quad (2.3)$$

mit

$$J = \begin{pmatrix} \frac{\partial x_1}{\partial a_1} & \cdots & \frac{\partial x_1}{\partial a_n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial x_m}{\partial a_1} & \cdots & \frac{\partial x_m}{\partial a_n} \end{pmatrix}. \quad (2.4)$$

Der Eintrag der i -ten Zeile und j -ten Spalte wird durch die partielle Ableitung der Formel für x_i nach a_j gegeben.

Ebenso kann auch die inverse Jacobi-Matrix (J^{-1}) hergeleitet werden. Mit ihrer Hilfe können zu gegebenen Geschwindigkeiten des Endeffektors die nötigen Geschwindigkeiten der Aktoren berechnet werden:

$$\vec{a} = J^{-1}(\vec{a})\vec{x}, \quad \begin{pmatrix} \dot{a}_1 \\ \vdots \\ \dot{a}_n \end{pmatrix} = J^{-1} \begin{pmatrix} a_1 \\ \vdots \\ a_n \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \dot{x}_1 \\ \vdots \\ \dot{x}_m \end{pmatrix} \quad (2.5)$$

mit

$$J^{-1} = \begin{pmatrix} \frac{\partial a_1}{\partial x_1} & \cdots & \frac{\partial a_1}{\partial x_m} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial a_n}{\partial x_1} & \cdots & \frac{\partial a_n}{\partial x_m} \end{pmatrix}. \quad (2.6)$$

Der Eintrag der i -ten Zeile und j -ten Spalte wird durch die partielle Ableitung der Formel für a_i nach x_j gegeben.

Sowohl die direkte als auch die inverse Jacobi-Matrix sind von der Stellung des Mechanismus abhängig.

2.3.4. Singularitäten

Unter einer Singularität oder singulären Stellung versteht man eine Stellung des Mechanismus, in welcher der Endeffektor nicht mehr komplett kontrollierbar ist. Dies kann entweder durch Verlust oder Hinzugewinn eines oder mehrerer Freiheitsgrade geschehen. Bei parallelen Kinematiken werden zwei verschiedene Arten von Singularitäten unterschieden:

Aktorsingularität: Der Manipulator befindet sich in einer Konfiguration, in der sich der Endeffektor nicht bewegt, obwohl sich ein oder mehrere Aktoren bewegen (siehe Abbildung 2.9 - links). In dieser Stellung wird die Determinante der Jacobi-Matrix der direkten Kinematik zu 0:

$$\det(J) = 0. \quad (2.7)$$

Endeffektorsingularität: Der Endeffektor kann sich infinitesimal bewegen, obwohl alle angetriebenen Gelenke feststehen (siehe Abbildung 2.9 - rechts). In dieser Stellung wird die Determinante der inversen Jacobi-Matrix zu 0:

$$\det(J^{-1}) = 0. \quad (2.8)$$

Da in singulären Stellungen der Mechanismus unkontrollierbar wird oder Freiheitsgrade verliert, sind solche Stellungen im Arbeitsraum unerwünscht und zu vermeiden.

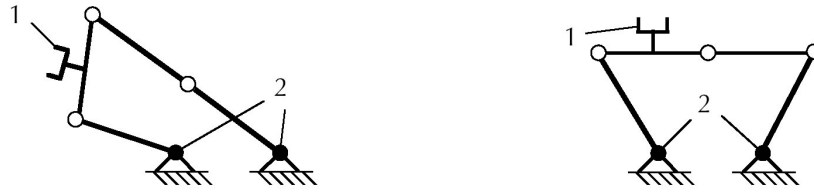


Abbildung 2.9.: Aktorsingularität und Endeffektorsingularität (1: Endeffektor, 2: Aktive Gelenke) [Bun06]

2.3.5. Arbeitsraum

Die räumliche Anordnung eines Endeffektors beinhaltet sowohl Position als auch Orientierung im ortsfesten Koordinatensystem. Der Arbeitsraum eines Manipulators beschreibt die Menge der räumlichen Anordnungen, die der Endeffektor erreichen kann.

Da in singulären Stellungen des Manipulators und deren näherer Umgebung das Übertragungsverhalten schlechter wird bzw. der Manipulator überhaupt nicht mehr kontrollierbar ist, ist es wünschenswert, über einen singularitätsfreien Arbeitsraum zu verfügen. Besser noch ist ein gewisser Sicherheitsabstand des Arbeitsraumes zu solchen Stellungen.

2.3.6. Gütekriterien

Um einen Mechanismus zu bewerten und ihn mit anderen Mechanismen für die Optimierung vergleichbar zu machen, benötigt man geeignete Bewertungs- oder Gütekriterien. Da eine große Zahl möglicher Gütekriterien existiert, werden hier nur die gebräuchlichsten und hier verwendeten Kriterien zur Bewertung von Parallelkinematiken erläutert.

Größe und Form des Arbeitsraumes: Der Arbeitsraum soll möglichst groß sein. Alternativ kann aber auch eine Mindestgröße vorausgesetzt werden. Ein zu kleiner Arbeitsraum kann dann entweder bestraft oder der entsprechende Mechanismus direkt als unbrauchbar ausgeschlossen werden. Idealerweise sollte der Arbeitsraum keine Lücken aufweisen und keine Singularitäten beinhalten.

Lokale Konditionszahl: Die Konditionszahl κ der Jacobi-Matrix oder deren Inverse ist das verbreitetste Kriterium zur Bewertung von Parallelkinematiken. Sie wird aus der direkten oder der inversen Jacobi-Matrix berechnet. Die Konditionszahl wird durch den Quotienten aus dem größten und dem kleinsten Singularwert ($\sigma_{min}(J)$ und $\sigma_{max}(J)$) der Jacobi-Matrix gebildet:

$$\kappa(J(a)) = \|J(a)\|_2 \|J(a)^{-1}\|_2 = \frac{\sigma_{max}(J(a))}{\sigma_{min}(J(a))}, \quad 1 \leq \kappa \leq \infty. \quad (2.9)$$

Sie dient als Maß für die Übertragungsgüte des Mechanismus in der aktuellen Stellung. Aufgrund der Ortsabhängigkeit der Jacobi-Matrix besitzt auch die aus ihr berechnete Konditionszahl nur lokale Gültigkeit.

2. Grundlagen

Dabei ist irrelevant, ob die Kondition aus der direkten oder inversen Jacobi-Matrix berechnet wird, da für die Singularwerte einer reellen Matrix A gilt:

$$\sigma(A) = \frac{1}{\sigma(A^{-1})}. \quad (2.10)$$

In den meisten Fällen wird jedoch die inverse Konditionszahl ζ verwendet, da deren Wertebereich zwischen 0 und 1 liegt und damit für das praktische Rechnen günstiger ist:

$$\zeta(J(a)) = \frac{1}{\kappa(J(a))} = \frac{\sigma_{\min}(J(a))}{\sigma_{\max}(J(a))}, \quad 0 \leq \zeta \leq 1. \quad (2.11)$$

Die inverse Konditionszahl einer Matrix ist ein Maß für die Gleichmäßigkeit der Übertragungseigenschaften entlang aller Freiheitsgrade. So entspricht $\zeta = 0$ einer singulären Manipulatorstellung. Nimmt ζ seinen Maximalwert von 1 an, so spricht man von einer *isotropen* Manipulatorstellung. Hier ist die Verstärkung in alle Richtungen gleich.

Kirchner [Kir01] leitet einige Kriterien bezüglich der Übertragungsgüte aus der Jacobi-Matrix ab:

- *Kraftübersetzung*: Um die Motoren des Mechanismus möglichst klein dimensionieren zu können, sollen die Kräfte der Motoren in der ungünstigsten Richtung möglichst gut auf den Endeffektor übertragen werden. Hierzu gilt:

$$\sigma_{\min}(J) \rightarrow \max. \quad (2.12)$$

- *Geschwindigkeitsübersetzung*: Ebenso sollen die Geschwindigkeiten der Motoren möglichst gut auf den Endeffektor übertragen werden. Hieraus folgt:

$$\sigma_{\max}(J) \rightarrow \min. \quad (2.13)$$

- *Übersetzung von Fehlern*: Ein Fehler in der Stellung der Antriebe soll einen möglichst geringen Einfluss auf die Stellung des Endeffektors haben:

$$\sigma_{\min}(J) \rightarrow \max. \quad (2.14)$$

- *Keine Singularitäten*: Die Stellung soll nicht singulär sein. Da Singularitäten bei $\det(J) = 0$ auftreten, ergibt sich mit $\det(J) = \prod \sigma_i$ die Notwendigkeit, $\sigma_{\min}(J)$ zu maximieren:

$$\sigma_{\min}(J) \Rightarrow \max. \quad (2.15)$$

- *Isotropie*: In alle Richtungen sollten die Verstärkungen möglichst gleichmäßig sein:

$$\zeta(J) \Rightarrow \max. \quad (2.16)$$

Diese Kriterien lassen sich in der Maximierung der inversen Konditionszahl zusammenfassen:

$$\zeta(J) = \frac{\sigma_{\min}(J)}{\sigma_{\max}(J)} \rightarrow \max. \quad (2.17)$$

Im Weiteren ist mit der lokalen Konditionszahl stets die inverse lokale Konditionszahl gemeint.

Globale Konditionszahl: Die lokale Konditionszahl liefert nur Aufschluss über die Übertragungsgüte in einer Stellung. Gosselin et al. [GA91] haben die globale Konditionszahl für den kompletten Arbeitsraum des Mechanismus wie folgt definiert:

$$\eta = \frac{\int_W \left(\frac{1}{\kappa}\right) dW}{\int_W dW}. \quad (2.18)$$

Dabei wird die lokale Konditionszahl über den kompletten Arbeitsraum W gemittelt. Die Qualität dieser Konditionszahl hängt natürlich stark von der Menge und Verteilung der bewerteten Stellungen ab.

Abstand des Arbeitsraumes zu Singularitäten: In singulären Stellungen und deren näheren Umgebung verfügt ein Mechanismus über ein schlechtes Übertragungsverhalten und weist eine niedrige lokale Kondition auf. Um Singularitäten und ihre Umgebung zu meiden, soll daher die lokale Kondition im gesamten Arbeitsraum möglichst hoch sein. Dies wird durch Maximierung der minimalen lokalen Kondition erreicht:

$$\zeta(J)_{min} \rightarrow max. \quad (2.19)$$

Bauraum: Meist existieren konkrete Vorgaben, welche Ausmaße der Mechanismus erreichen darf. Dies ist sehr spezifisch von dem jeweiligen Mechanismus abhängig. Dabei kann bewertet werden, ob die Positionen aller Glieder in allen Stellungen des Mechanismus innerhalb der Grenzen bleiben oder ob ein bestimmtes Bauteil zu groß wird. Ebenso kann der benötigte Bauraum bei vorgegebenen anderen Kriterien (z. B. Vorgabe des Arbeitsraumes) minimiert werden.

Geschwindigkeit und Beschleunigung: Wird für eine Anwendung ein Mechanismus konstruiert, so existieren Vorstellungen und Anforderungen an die maximal möglichen Beschleunigungen und damit erreichbaren Geschwindigkeiten im Arbeitsraum. Diese hängen sowohl von den verwendeten Aktoren, der Übertragungsgüte und der Menge der zu bewegend Masse ab.

2.3.7. Optimierung

Die Optimierung von Parallelkinematiken zeichnet sich meist durch eine große Anzahl von Eingangsparametern und mehreren Gütekriterien aus. Gerade bei Parallelkinematiken sind diese mitunter zueinander widersprüchlich. Insofern kann keine Lösung gefunden werden, bei der alle Kriterien gleichzeitig optimal sind [Neu06]. Entsprechend handelt es sich bei Lösungen stets um einen Kompromiss zwischen den widersprüchlichen Kriterien. Zur Kompromissfindung sollen hier zwei Methoden erläutert und verwendet werden:

- **Nutzung einer Substitutionsfunktion**

Bei der Verwendung einer *Substitutionsfunktion* wird der Kompromiss vor der Optimierung festgelegt. In dieser werden die unterschiedlichen Gütewerte f_i der Kriterien mit a-priori festgelegten Wichtungen w_i zusammengeführt:

$$F = \sum w_i \cdot f_i. \quad (2.20)$$

Das Ergebnis einer solchen Optimierung hängt sehr stark von den gewählten Gewichtungen ab. Diese so zu wählen, dass die gewünschte Relation zwischen den Kriterien erzielt wird, ist auch aufgrund möglicherweise unterschiedlicher Wertbereiche der Kriterien sehr schwierig. Weisen die Ergebnisse der Optimierung die gewünschte Relation zwischen den Kriterien nicht auf, so werden die Wichtungen angepasst und die Optimierung erneut gestartet. Dieser iterative Prozess wird so lange durchgeführt, bis eine geeignete Wichtung der Kriterien gefunden wurde und das Ergebnis der Optimierung den Anforderungen genügt.

Diese Methode liefert den besten Parametersatz als Ergebnis der Optimierung.

- **Aufbau der Pareto-Front**

Als Alternative bietet sich bei der mehrkriteriellen Optimierung die Berechnung der *Pareto-Front* an. Diese Front enthält nur Individuen, deren Gütwert eines Kriteriums nur verbessert werden kann, wenn dafür der Gütwert eines anderen Kriteriums verschlechtert wird (siehe Abbildung 2.10). Die Individuen der Pareto-Front bilden die Menge der besten Kompromisse bezüglich der unterschiedlichen Kriterien.

Nach Abschluss der Optimierung muss aus den Elementen der Pareto-Front ein Individuum mit gewünschtem Verhältnis der Kriterien manuell ausgewählt werden.

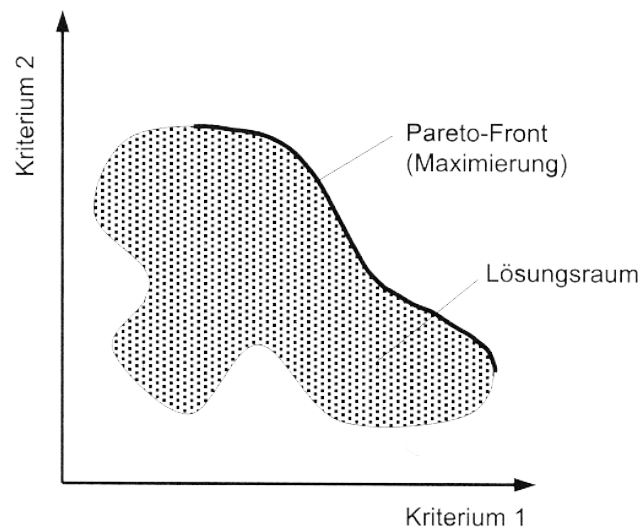


Abbildung 2.10.: Beispiel einer Pareto-Front bezüglich zweier Kriterien [Kir01]

Sowohl Neugebauer [Neu06] als auch Kirchner [Kir01] schlagen die Nutzung von evolutionären Algorithmen zur Optimierung von Parallelkinematiken vor. Im Rahmen dieser Arbeit werden evolutionäre Algorithmen sowohl in Verbindung mit einer Substitutionsfunktion als auch zum Aufbau der Pareto-Front verwendet.

Evolutionäre Algorithmen:

Das Prinzip der evolutionären Algorithmen orientiert sich an den Prozessen der Evolution. Durch genetische Vererbung, Mutationen und Selektion werden Lebewesen von Generation

zu Generation besser an ihre Lebensbedingungen angepasst.

Bei der Fortpflanzung werden die Erbinformationen der Eltern an die Kinder weitergegeben. Die Kinder bekommen jeweils unterschiedliche Anteile der Erbinformationen der Eltern übertragen und besitzen auch entsprechend unterschiedliche Eigenschaften. Zusätzlich zur Rekombination der Gene der Eltern können bei der Vererbung Fehler auftreten, welche die Erbinformationen leicht verändern. Dadurch können die Kinder Eigenschaften entwickeln, die bei keinem der Eltern existierten und nicht durch Rekombination der Gene erreicht werden können. Je besser die daraus resultierenden Eigenschaften der Kinder sind, desto höher sind ihre Überlebenschancen. Alle Kinder, welche diese Selektion überstanden haben, geben ihre Erbinformationen bei der Fortpflanzung an die nächste Generation weiter.

Evolutionäre Algorithmen nach Adamy [Ada05] arbeiten nach dem gleichen Schema. Sie werden zur Optimierung von Parametern benutzt. Eine Lösung wird Individuum und eine Menge von Individuen wird Population genannt. Jedes Individuum besitzt einen Parametervektor der zu optimierenden Parameter. Am Anfang wird die Elternpopulation mit Individuen gefüllt, deren Parameter möglichst gut im Parameterraum verteilt sind.

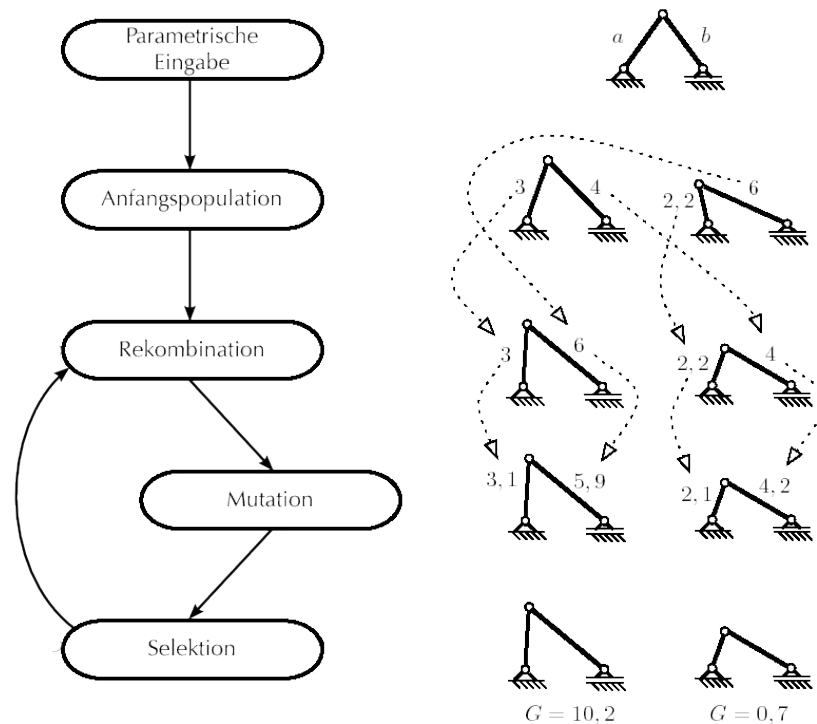


Abbildung 2.11.: Funktionsweise und Beispiel für einen evolutionären Algorithmus [Bun06]. Parameter a und b werden für die Individuen der Anfangspopulation festgelegt. Es folgen die Rekombination und Mutation. Im letzten Schritt werden die Individuen bewertet und bekommen einen Güterwert G zugewiesen. Auf diesem basiert die anschließende Selektion.

Mit jeder neuen Generation werden aus der Elternpopulation eine Anzahl Nachkommen

erschaffen, deren Parameter durch zufällige Rekombination der Parameter der Eltern bestimmt werden. Es folgt eine zufällige Mutation der Parameter. Alle erzeugten Individuen werden bewertet und bekommen eine Fitness bzw. einen Gütewert zugewiesen. Die Elternpopulation wird durch die Individuen aus Elternpopulation und Nachkommenpopulation mit der höchsten Fitness ersetzt. Die Größe der Elternpopulation bleibt gleich, so dass stets eine feste Anzahl der besten Individuen überlebt. Alle anderen Individuen sterben aus. Je nach verwendetem Algorithmus kann auch der Mutationsprozess adaptiv sein, d. h. die Mutationsweiten der einzelnen Parameter werden bei der Weitergabe an die Nachkommen ebenfalls rekombiniert und mutiert. Dadurch wird erzielt, dass nahe dem Optimum die Mutationsweiten kleiner werden.

Die Optimierung kann beendet werden, wenn z. B. ein Individuum mit einer ausreichenden Güte gefunden wurde oder wenn sich die Population über längere Zeit nicht mehr verbessern konnte.

Der grobe schematische Ablauf eines evolutionären Algorithmus mit den einzelnen Abschnitten sowie einem Beispiel sind in Abbildung 2.11 zu sehen.

2.4. Verwandte Parallelkinematiken

Im Bereich der Parallelkinematiken sind unterschiedlichste Strukturen zu finden. An dieser Stelle soll jedoch nur auf diejenigen Strukturen eingegangen werden, die für diese Arbeit von besonderem Interesse sind.

Diese basieren alle auf der grundlegenden Struktur des Kameraorientierungssystems *Agile Eye* von Gosselin et al. [GrL93b, GH94, GPG96, GSP97] an der Université Laval, Québec. Diese ist sphärisch aufgebaut, so dass durch den Schnitt aller Rotationsachsen nur Orientierungen um dieses Rotationszentrum möglich sind. Verschiedene unterschiedliche Varianten dazu werden von Hess-Coelho [HC06] untersucht.

Zusätzlich zum *Agile Eye* selbst werden noch eine vereinfachte 2D-Version [GC99] und eine erweiterte 4D-Version [ZG01, ZZG05] betrachtet. Die Anzahl ihrer Freiheitsgrade und ihrer Gelenke ist aus Tabelle 2.2 zu entnehmen. Die Anzahl der Führungsketten entspricht jeweils den Freiheitsgraden des Mechanismus. Ebenso sind alle Aktoren jeweils an der Basis angebracht.

Mechanismus	Freiheitsgrade		Anzahl
	rotatorisch	translatorisch	Gelenke
<i>Agile Eye</i>	3	0	9
Vereinfachte 2D-Version	2	0	5
1. erweiterte 4D-Version	3	1	14
2. erweiterte 4D-Version	3	1	20

Tabelle 2.2.: Anzahl und Art der Freiheitsgrade sowie Anzahl der Gelenke der Strukturen

Die originale Version des *Agile Eye* ist schematisch in Abbildung 2.12 zu sehen. Sie ist aus neun Drehgelenken aufgebaut, deren Rotationsachsen sich alle in einem Punkt, dem Rotationszentrum, schneiden. Der Endeffektor wird um das Rotationszentrum gedreht. Er kann sowohl bis zu 70 Grad in andere Richtungen orientiert als auch um bis zu 30 Grad

verdreht werden (Torsion). Durch seine geringe bewegte Masse sind Geschwindigkeiten von mehr als $1000^\circ/s$ und Beschleunigungen von mehr als $20000^\circ/s^2$ erreichbar. Sowohl die inverse als auch die direkte Kinematik liegen in analytischer Form vor [GrL93a, GSR94b, GSR94a, BCW06]. Zusätzlich gehen Arbeiten von Gosselin et al. [GSP97, GPV95, Gos92] auf verschiedene Methoden zum optimalen Design und Entwurf solcher Mechanismen ein.

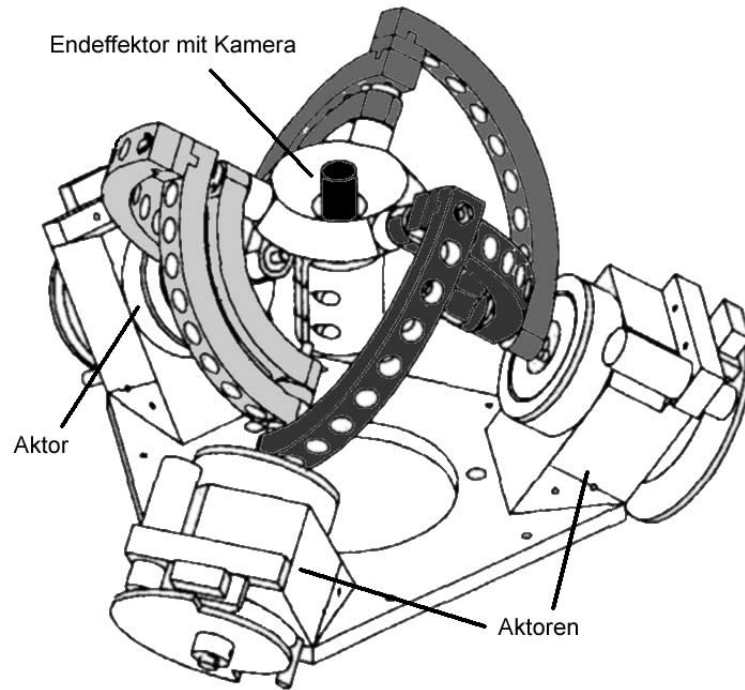
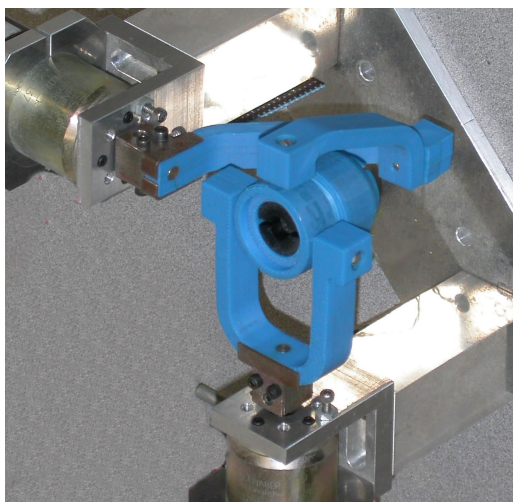


Abbildung 2.12.: Der sphärische parallelkinematische Mechanismus *Agile Eye* verfügt über drei rotatorische Freiheitsgrade [GPG96]

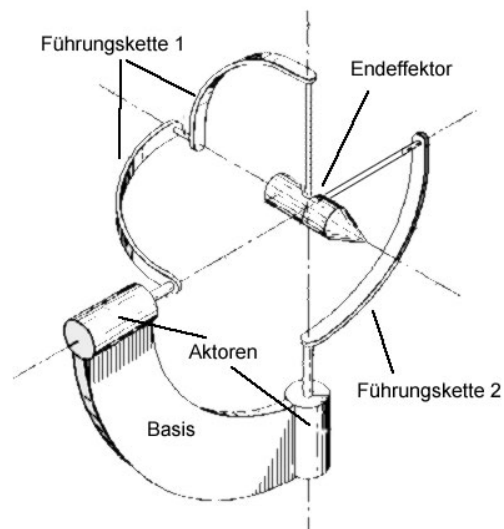
Ebenfalls von Gosselin et. al. [GC99] wurde eine vereinfachte Version mit zwei Freiheitsgraden entwickelt. Abbildung 2.13 zeigt den schematischen Aufbau und den umgesetzten Mechanismus. Die Anzahl der Glieder und der Gelenke ist niedriger als beim *Agile Eye*. Jeder rotatorische Aktor wirkt ausschließlich auf einen Freiheitsgrad des Endeffektors. Hierbei entspricht die Stellung des Endeffektors in Bezug auf einen Freiheitsgrad jeweils direkt der Stellung des zugehörigen Aktors.

Zwei Strukturen von Zlatanov und Gosselin [ZG01] erweitern den Mechanismus des *Agile Eye* um eine Translation. Sie schlagen zwei unterschiedliche Versionen vor, um den Schubmechanismus zu integrieren und die zusätzliche Führungskette unterzubringen:

In der ersten Version (siehe Abbildung 2.14) werden die drei Führungsketten jeweils um zwei Drehgelenke erweitert. Je nach Abstand der ursprünglichen Endpunkte der Führungsketten zueinander wird die Entfernung des Endeffektors vom Rotationszentrum verändert. Um diesen neuen Freiheitsgrad zu kontrollieren, wird eine zusätzliche zentrale Führungskette gewählt, welche durch ein Schubgelenk die Entfernung festlegt.



(a) gebauter Mechanismus



(b) schematischer Aufbau

Abbildung 2.13.: Vereinfachte 2D-Version des *Agile Eye* [GC99, Lab07]

Bei der zweiten Version (siehe Abbildung 2.15) werden vier statt drei baugleicher Führungsketten beim sphärischen Teil verwendet. Diese werden wie bei der ersten Version jeweils um zwei Freiheitsgrade erweitert, um die Translation zu ermöglichen. Hierbei werden wieder nur rotatorische Aktoren verwendet.

Der sphärische Teil und der Schubmechanismus können jeweils komplett getrennt voneinander betrachtet werden. Weitere Arbeiten zu dieser Struktur finden sich bei Zoppi et al. [ZZG05].

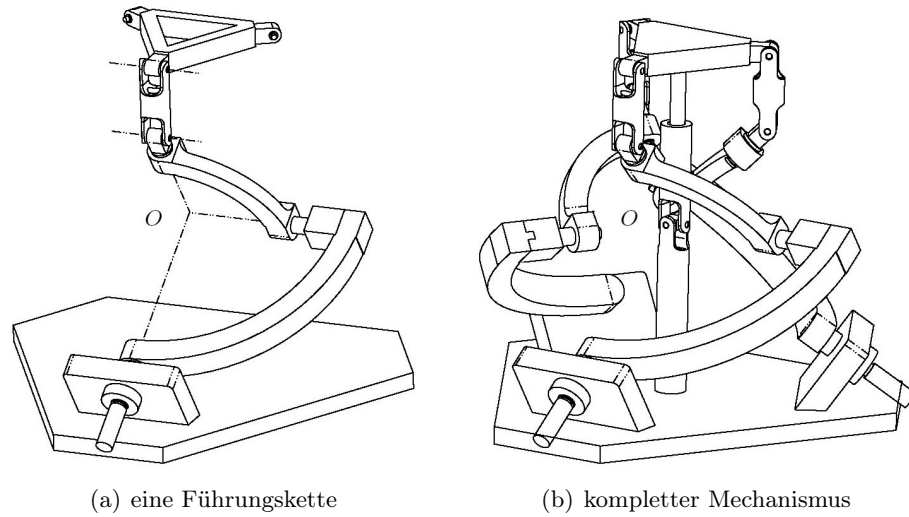


Abbildung 2.14.: Erste erweiterte Version des *Agile Eye* mit vier Freiheitsgraden [ZG01]

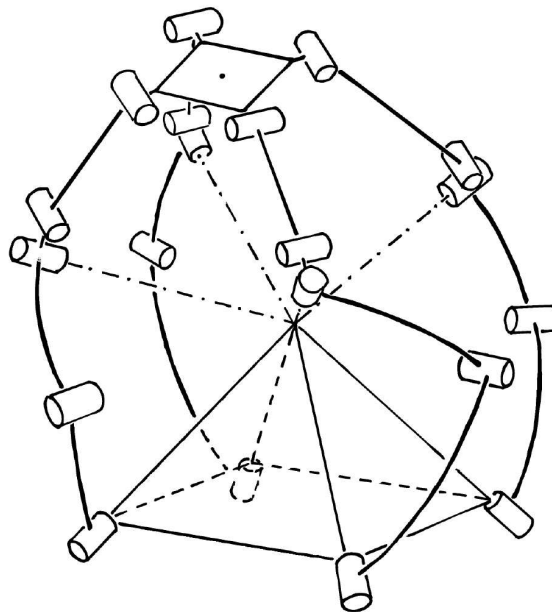


Abbildung 2.15.: Zweite erweiterte Version des *Agile Eye* mit vier Freiheitsgraden [ZG01]

TOPOLOGIESYNTHESE

Inhalt des Kapitels

3.1. Vorgehen	23
3.2. Anforderungen	24
3.3. Erarbeitete Topologie	25
3.3.1. Mobilität	28
3.3.2. Parameter	31
3.3.3. Kinematik	32

3.1. Vorgehen

Für den Entwurf der Topologie des Halsgelenkes wurden existierende parallelkinematische Mechanismen auf ihre Eignung als Mechanismus für ein Halsgelenk hin geprüft. Jedoch wies keiner der Mechanismen die benötigten Freiheitsgrade auf und erfüllte gleichzeitig die Anforderungen an die Größe des Arbeitsraumes. Zwar existieren Mechanismen mit mehr als den benötigten Freiheitsgraden, jedoch weisen diese auch eine erheblich erhöhte Komplexität (u. a. Anzahl an Gelenkfreiheitsgraden und Anzahl an Aktoren) auf.

Zum Entwurf der Topologie des Mechanismus wurden daher Elemente von verschiedenen existierenden Mechanismen (siehe Abschnitt 2.4) übernommen, geändert und kombiniert, um sie den Anforderungen anzupassen. Von besonderem Interesse war, wie 2.4 zu entnehmen ist, das Kamera-Orientierungssystem *Agile Eye* [GrL93b, GH94]. Der geringe maximal erreichbare Wert für die Torsion des Endeffektors, welche bei dem Halsgelenk die Funktion des Gierens einnimmt, von $\pm 30^\circ$ erlaubt jedoch keine direkte Übernahme des Ergebnisses Gosselins. Außerdem bietet die Struktur in ihrer Grundform keinen translatorischen Freiheitsgrad.

Es wurde in dieser Arbeit versucht, die rotatorischen Eigenschaften der in 2.4 vorgestellten *vereinfachten 2D-Version des Agile Eye* mit den translatorischen Fähigkeiten der *4D-Version des Agile Eye* zu verbinden. Entsprechend der Topologiesynthese mit Hilfe der Grübler-Formel [Neu06, Mer06] wurde die benötigte Anzahl an Gliedern, Gelenken und Führungsketten ermittelt.

Eine Vielzahl von Topologien mit diesen Vorgaben wurde erzeugt und jeweils mit Hilfe eines CAD-Programms auf das Erfüllen der grundsätzlichen Funktionalität in Bezug auf die

Freiheitsgrade des Endeffektors überprüft. Vielversprechende Topologien wurden iterativ bis zur erarbeiteten Topologie in Abschnitt 3.3 verbessert.

Die Anzahl der zu optimierenden Parameter, die den kompletten Mechanismus bestimmen, wurde durch Verwendung von Symmetrien minimiert. Dies kann durch mehrfache Verwendung von gleichen Bauteilen und/oder durch gleichen Aufbau mehrerer Führungsketten erreicht werden.

Zur Beschreibung der Stellung des Endeffektors wurden Kugelkoordinaten (siehe Abschnitt A.3) gewählt. Danach gibt der Vektor $q = (q_1, q_2, q_3)^T$ mit q_1 (Gierwinkel), q_2 (Nickwinkel) und q_3 (Translation in Blickrichtung) die Stellung des Endeffektors an.

Sowohl direkte als auch inverse Kinematik sind, entsprechend den Anforderungen, analytisch lösbar und wurden hergeleitet (siehe Abschnitt 3.3.3).

3.2. Anforderungen

Die Struktur des Halsgelenkes sollte komplett parallelkinematisch aufgebaut sein, um die in Abschnitt 2.3 erläuterten Vorteile vollständig nutzen zu können. Alternativ wäre auch eine hybride Variante mit sowohl parallelen als auch seriellen Teilen denkbar gewesen, falls keine passende rein parallelkinematische Umsetzung hätte erarbeitet werden können. Hierbei wäre zu prüfen gewesen, inwieweit die Vorteile der Parallelkinematik noch vorhanden gewesen wären. Aufgrund der für das *RoboKoBB*-Projekt vorgesehenen Aktoren ist der Mechanismus mit rotatorischen Aktoren umzusetzen.

Das Halsgelenk soll über drei Freiheitsgrade verfügen. Zwei rotatorische Freiheitsgrade, Gieren (siehe Abbildung 2.2(a)) und Nicken (siehe Abbildung 2.2(c)), werden zur Ausrichtung des Kopfes auf ein Ziel/Objekt benötigt. Des Weiteren soll eine translatorische Vor-/Rückbewegung des Kopfes in Blickrichtung (siehe Abbildung 2.2(b)) zur Untersuchung von Methoden zur Tiefenwahrnehmung, wie sie bei Tieren zu beobachten sind, möglich sein [WvB05]. Höchste Priorität hat dabei das Gieren und niedrigste die Translation des Kopfes. Das Rollen des Kopfes (siehe Abbildung 2.2(d)) wird im Rahmen des *RoboKoBB*-Projektes vorerst nicht benötigt und daher nicht als Freiheitsgrad des Halsgelenkes implementiert.

Die Größe des Arbeitsraumes soll sich ungefähr an dem des menschlichen Halses orientieren, da der Hals den Kopf eines humanoiden Roboters tragen wird. Hier werden die Werte von Ferrario et al. und Kapandji verwendet. Das Nicken wird vereinfachend auf $\pm 60^\circ$ statt $+60/-70^\circ$ festgelegt, da hierdurch der Arbeitsraum symmetrisch wird. Die Anforderungen an die einzelnen Freiheitsgrade sind in Tabelle 3.1 angegeben und in Abbildung 3.1 zu sehen. Wie auch beim menschlichen Hals müssen die Maximalwerte aller Freiheitsgrade nicht gleichzeitig erzielt werden. Der Arbeitsraum wird daher vereinfacht als Ellipsoid im Raum der Endeffektorfreiheitsgrade angenommen (siehe Abbildung 3.2).

Der Arbeitsraum sollte aus oben angegebenen Gründen frei von Singularitäten sein.

Eine hohe Positioniergenauigkeit wird angestrebt.

Des Weiteren sollen möglichst hohe Geschwindigkeiten und Beschleunigungen im gesamten Arbeitsraum ermöglicht werden. Dies hängt jedoch unter anderem von den verwendeten Aktoren und der zu bewegenden Masse ab. Daher wird im Rahmen dieser Arbeit lediglich versucht, sowohl die Übertragungsgüte zu optimieren. Die bewegte Masse des Mechanismus hängt von der Realisierung des Mechanismus ab und entzieht sich daher, bis auf die

Freiheitsgrad	Formelzeichen	Anforderung
Gieren	q_1	+80/-80 °
Nicken	q_2	+60/-60 °
Vor-/Rücktranslation	q_3	ca. 10 cm

Tabelle 3.1.: Anforderungen an die Bewegungsfreiheit der Freiheitsgrade

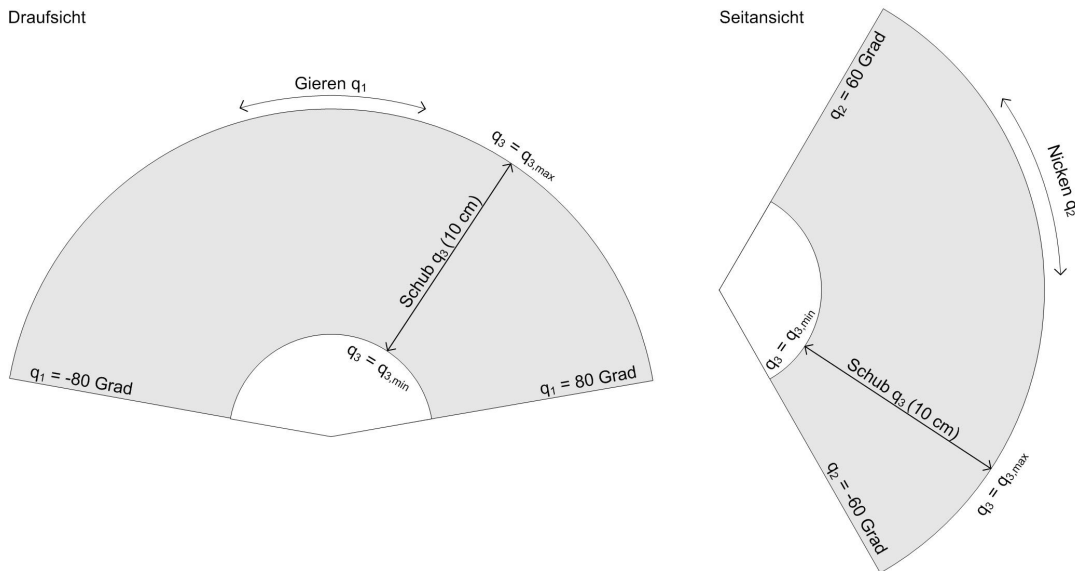


Abbildung 3.1.: Theoretischer Arbeitsraum des Mechanismus (graue Fläche) in Draufsicht und Seitansicht. Einschränkungen durch nicht gleichzeitig erreichbare Maximalwerte sind an dieser Stelle nicht beachtet. Im Dreidimensionalen entspricht der Arbeitsraum dem Ausschnitt einer dicken Kugelschale.

Anbringung der Aktoren an der Basis, der Einflussnahme dieser Arbeit. Die Konstruktion soll eine hohe Steifigkeit aufweisen und außerdem eine möglichst hohe Nutzlast tragen können. Die Belastungen der Gelenke sollen dabei jedoch möglichst niedrig bleiben.

Die Rückwärtskinematik muss analytisch lösbar sein. Zusätzlich ist eine analytisch lösbare Vorwärtskinematik wünschenswert, aber nicht zwingend erforderlich.

Ein möglichst einfacher Aufbau mit einer geringeren Anzahl an Gelenken und Gliedern ist allgemein erstrebenswert. Dies reduziert Probleme mit Eigenkollisionen, den Einfluss von Spiel in den Gelenken und senkt durch die geringere Anzahl an Bauteilen die Kosten.

3.3. Erarbeitete Topologie

Die Topologie des erarbeiteten Mechanismus besitzt drei Freiheitsgrade des Endeffektors und insgesamt 15 Gelenkfreiheitsgrade. Letztere sind auf drei Führungsketten verteilt. Zwei identisch aufgebaute 'äußere' Führungsketten haben jeweils sechs Freiheitsgrade und eine 'innere' Führungskette besitzt drei Freiheitsgrade. Bei jeder Führungskette ist jeweils ein Gelenkfreiheitsgrad aktiv.

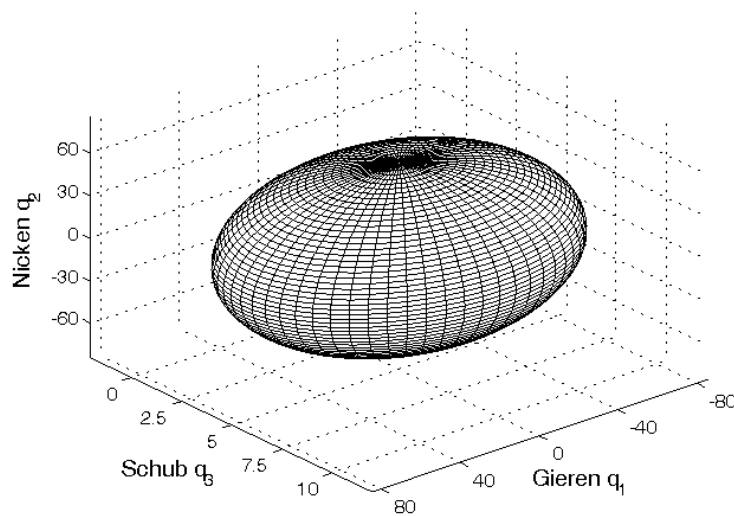


Abbildung 3.2.: Der Arbeitsraum des Mechanismus wird durch ein Ellipsoid im Raum der Endeffektorfreiheitsgrade beschrieben. Durch Verwendung des Ellipsoiden statt eines Quaders werden die Einschränkungen durch nicht gleichzeitig erreichbare Maximalwerte beachtet.

Eine CAD-Version der nicht-optimierten Grund-Struktur des Mechanismus ist in Abbildung 3.3 zu sehen. Der Endeffektor und die Basis bilden die Verbindungselemente zum Kopf bzw. Rumpf. Die drei Führungsketten, die alle, wie bei allen Parallelkinematiken, mit dem Endeffektor verbunden sind, sind in Abbildung 3.4 dargestellt.

Die beiden äußeren Führungsketten (siehe Abbildung 3.4(a) und 3.4(b)) sind durch aktive Gelenke mit den beiden seitlichen Streben der Basis verbunden. Die innere Führungskette (siehe Abbildung 3.4(c)) ist ebenfalls durch ein aktives Gelenk mit der Basis verbunden. Damit sind alle drei Aktoren, wie gefordert, direkt an der Basis angebracht. In Tabelle 3.2 sind alle Aktoren mit ihren Führungsketten und Formelzeichen zusammengefasst.

Aktor	Führungskette	Formelzeichen
Aktor 1	linke 'äußere' Führungskette	θ_1
Aktor 2	rechte 'äußere' Führungskette	θ_2
Aktor 3	'innere' Führungskette	θ_3

Tabelle 3.2.: Liste der Aktoren mit ihrer Führungskette und Formelzeichen

Die innere Führungskette verfügt über zwei Drehgelenke und ein Schubgelenk (DDS). Die äußeren Führungsketten bestehen jeweils aus drei Drehgelenken und einem Kugelgelenk (DDD_3D). Die Abkürzungen für die unterschiedlichen Gelenktypen sind in Tabelle A.1 angegeben. Als Alternative können auch ein Kardangelenke oder zwei Drehgelenke anstelle des Kugelgelenks verbaut werden. Die Auswirkungen auf die Mobilität werden in Abschnitt 3.3.1 behandelt.

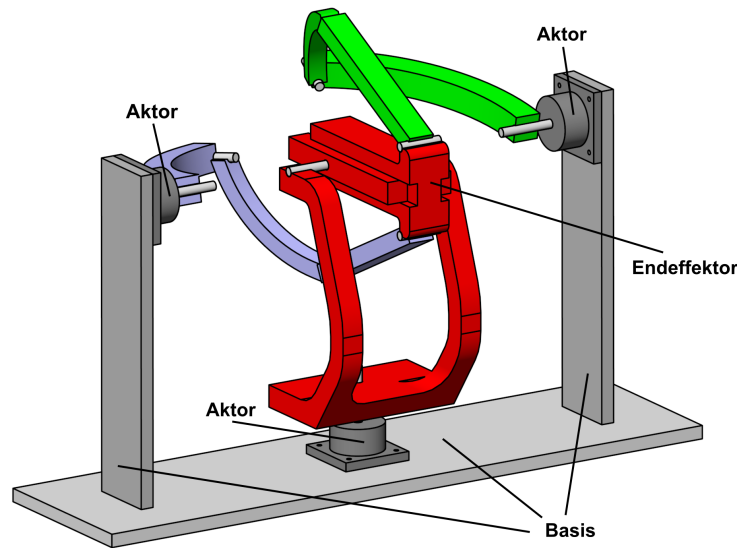


Abbildung 3.3.: CAD-Umsetzung der erarbeiteten Topologie

Sowohl der gesamte Mechanismus als auch die einzelnen Führungsketten können in zwei Abschnitte unterteilt werden:

Der *sphärische Teil* ist für die Orientierung des Endeffektors verantwortlich. Zu ihm zählen jeweils die zwei ersten Drehgelenke und eine 'Drehachse' des Kugelgelenks der äußeren Führungsketten sowie die ersten beiden Drehgelenke der inneren Führungskette. Die Drehachsen aller Gelenke des sphärischen Teils schneiden sich in einem Punkt, dem Rotationszentrum (O). Dieser Abschnitt bildet einen sphärischen parallelen Teilmechanismus (siehe Abbildung 3.5).

Der zweite Abschnitt ist der *Schubteil* des Mechanismus (siehe Abbildung 3.6), der die Vor-/Rücktranslation bestimmt. Zu ihm zählen jeweils die verbleibenden 'Drehachsen' des Kugelgelenks sowie das letzte Drehgelenk der äußeren Führungsketten und das Schubgelenk der inneren Führungskette. Dieser Abschnitt bildet einen planaren parallelen Teilmechanismus (siehe Abbildung 3.7).

Die beiden sphärischen Unterabschnitte der äußeren Führungsketten enden in den Kugelgelenken. Das Kugelgelenk der ersten Führungskette ist mit $P_{3,1}$, das Kugelgelenk der zweiten Führungskette mit $P_{3,2}$ bezeichnet. Dabei ist lediglich die Orientierung des Kugelgelenks vom Rotationszentrum O (also der Richtungsvektor vom Rotationszentrum O zum jeweiligen Kugelgelenk $P_{3,1}$ bzw. $P_{3,2}$) von Bedeutung (siehe Abbildung 3.7). Die innere Führungskette sorgt zusammen mit dem Schubteil der äußeren Führungsketten dafür, dass sich die Kugelgelenke stets in einer zur Basis orthogonalen Ebene durch das Rotationszentrum befinden (siehe Abbildung 3.8). Das Nicken und die Vor-/Rückbewegung finden in dieser Ebene statt. Beim Gieren wird die Ebene um das Rotationszentrum mitgedreht.

Die Drehung dieser Ebene um die Rotationsachse des angetriebenen Gelenkes der inneren Führungskette entspricht der Drehung q_1 des Endeffektors. Die beiden Richtungsvektoren vom Rotationszentrum zu den Kugelgelenken bestimmen das Nicken q_2 des Endeffektors.

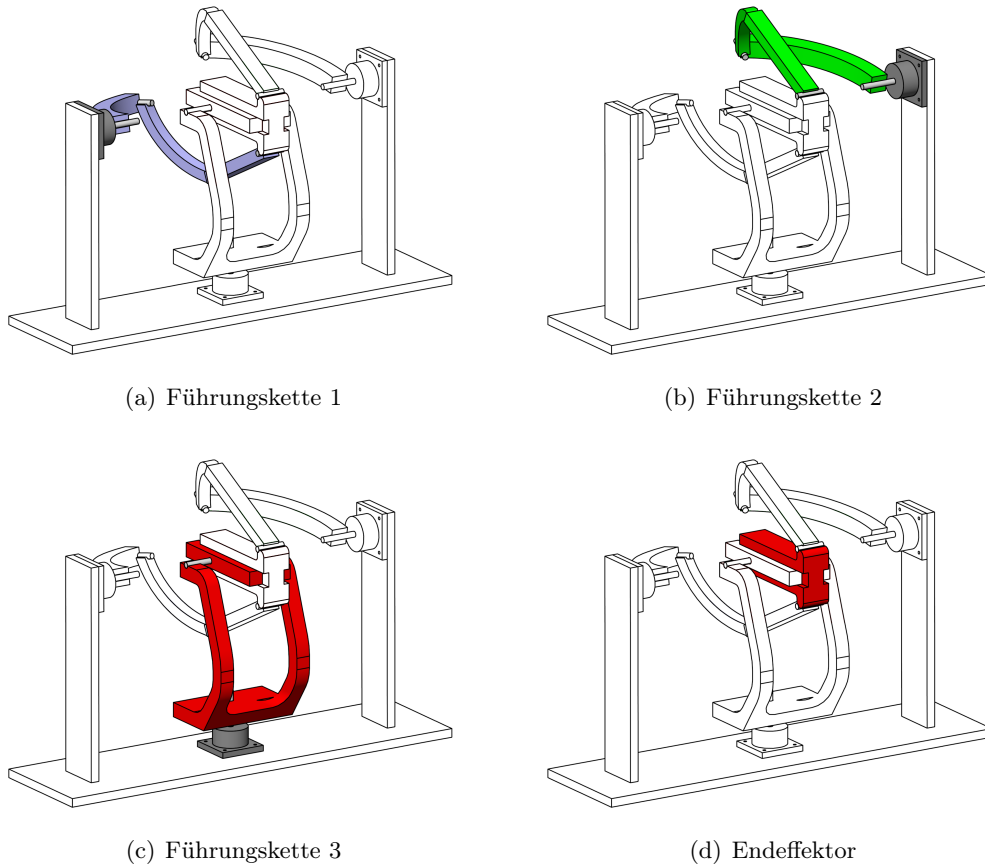


Abbildung 3.4.: Untergliederung des Mechanismus: äußere Führungsketten (a) und (b), innere Führungskette (c) und Endeffektor (d)

Der von ihnen eingeschlossene Winkel $2 \cdot \psi_3$ ist die Eingangsgröße des Schubmechanismus. Aus ihm und den Längen des Schubmechanismus wird die Vor-/Rücktranslation q_3 berechnet (siehe Abschnitt 3.3.3).

3.3.1. Mobilität

Die Überprüfung des Mechanismus mit Hilfe der *Grübler-Formel* (Gleichung (2.2)) ergibt die Mobilität

$$m = 6(l - n - 1) + \sum_{i=1}^n d_i = 6 * (10 - 11 - 1) + 15 = 6 * (-2) + 15 = 3.$$

Dies stimmt mit der angestrebten Anzahl an Freiheitsgraden des Endeffektors überein.

Als Alternative ist es möglich, das Kugelgelenk durch ein Kardangeln oder zwei (durch ein zusätzliches Glied verbundene) Drehgelenke zu ersetzen. Die Mobilität nach der *Grübler-*

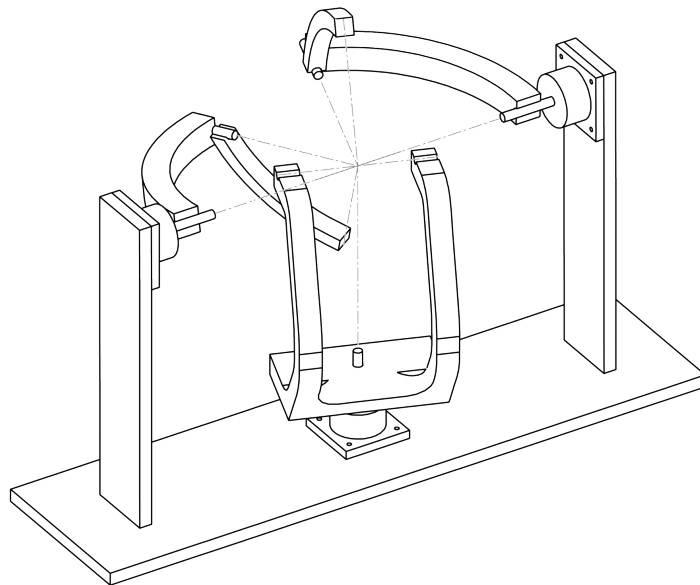


Abbildung 3.5.: Alle Drehachsen des sphärischen Untermechanismus schneiden sich im Rotationszentrum (O). Zwecks verbesserter Übersicht wurden alle Glieder des Schubteiles sowie das zweite Glied der inneren Führungskette entfernt.

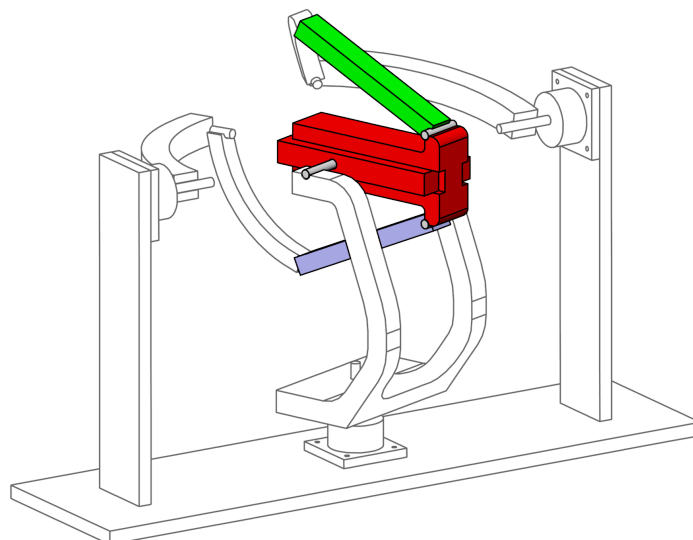


Abbildung 3.6.: Alle Glieder des Schubteiles sowie das zweite Glied der inneren Führungskette werden dargestellt. Der restliche Mechanismus ist nur als Umrissdarstellung abgebildet.

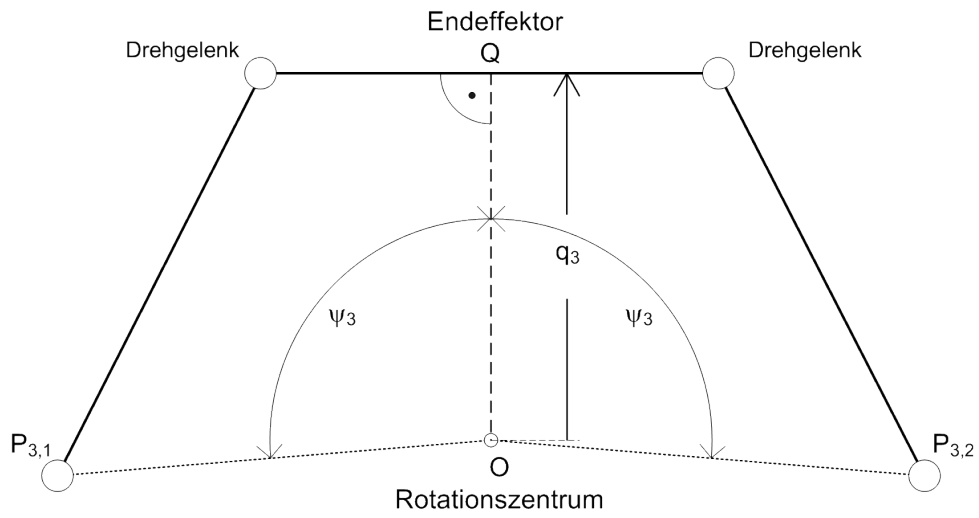


Abbildung 3.7.: Schematik des Schubmechanismus

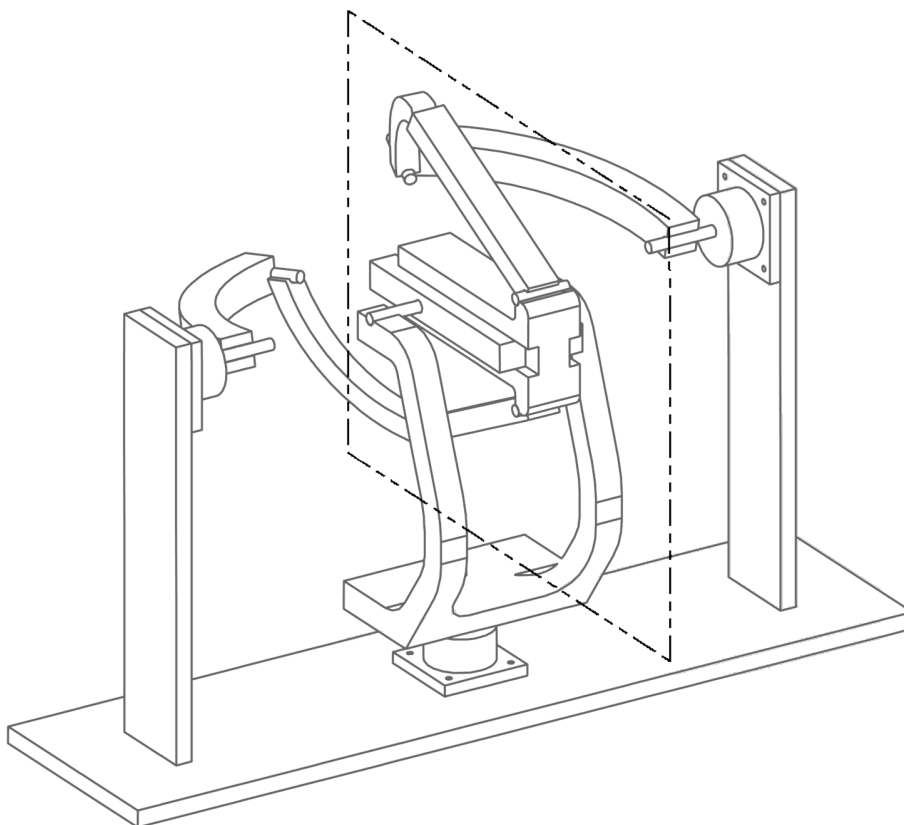


Abbildung 3.8.: Ebene des Schubmechanismus orthogonal zur Basis. Sie wird dem Gieren q_1 entsprechend gedreht.

Formel ergibt dann

$$m = 6(l - n - 1) + \sum_{i=1}^n d_i = 6 * (12 - 13 - 1) + 13 = 6 * (-2) + 13 = 1$$

bei Verwendung von zwei Drehgelenken und

$$m = 6(l - n - 1) + \sum_{i=1}^n d_i = 6 * (10 - 11 - 1) + 13 = 6 * (-2) + 13 = 1$$

bei einem Kardangelenken.

Obwohl sich die ermittelte Mobilität in beiden Fällen nicht mit den angestrebten Freiheitsgraden deckt, bieten beide Varianten innerhalb des angestrebten Arbeitsraumes die gleichen Eigenschaften wie die Konstruktion mit Kugelgelenken. Bei näherer Betrachtung wird klar, dass beim Kugelgelenk nur zwei Freiheitsgrade genutzt werden. Der dritte und beim Kardangelenken fehlende Freiheitsgrad ist konstruktionsbedingt durch die Anordnung der Gelenke und Führungsketten gesperrt. Im Folgenden wird jeweils der Mechanismus mit Kugelgelenk betrachtet. Jedoch ist der entsprechende Parameter (L_3) für die Gliedlänge der Vollständigkeit halber in den Formeln aufgeführt.

3.3.2. Parameter

Die Anzahl der Parameter, durch welche der Mechanismus definiert wird, soll für die Optimierung möglichst gering sein. Unter anderem deswegen sind die beiden äußeren Führungsketten symmetrisch zueinander aufgebaut. Um sie zu beschreiben, werden die Winkel α und β , der Abstand h und die Länge L_2 benötigt. Die Gliedlänge L_3 ist zwar auch aufgeführt, ist jedoch nur dann von Bedeutung, wenn kein Kugelgelenk verwendet werden soll. Bei dem Mechanismus mit Kugelgelenken gilt $L_3 = 0$. Der Abstand zwischen den Angriffspunkten der beiden äußeren Führungsketten am Endeffektor wird durch den Parameter B definiert.

Die beiden Winkel α und β sind die einzigen Parameter, die für den sphärischen Unterabschnitt von Bedeutung sind. Die Radien der Stellarme sind nicht von Bedeutung, da sie keine Auswirkung auf die Orientierung der Enden der sphärischen Unterabschnitte der Führungsketten haben. Der Abstand h des Kugelgelenkes zum Rotationszentrum ist jedoch von Bedeutung für den Schubmechanismus. Allerdings ist hierbei nur das Verhältnis der Längen L_2 , L_3 und B zu h relevant, um den Schubmechanismus zu definieren. Daher werden für die Optimierung L_2 , L_3 und B relativ zu h angegeben. Die Länge h ergibt sich dann zu $h = 1$. Entsprechend ist auch die Schublänge q_3 stets relativ zu h zu sehen. Die Länge h kann also entsprechend der gewünschten maximalen Schublänge und der gewünschten Baugröße festgelegt werden. Dies hat jeweils eine proportionale Veränderung der anderen Werte zur Folge. Die tatsächlichen Längen der mit h skalierten Bauteile sind \tilde{h} , \tilde{L}_2 , \tilde{L}_3 und \tilde{B} .

Da außer den Winkeln α und β für den sphärischen Teil der äußeren Führungsketten keine Bedingungen für die Konstruktion vorgegeben sind, ergibt sich ein großer Spielraum zur mechanischen Umsetzung des Mechanismus. Ebenso gibt es für die innere Führungskette nur die Vorgabe der Bewegungsachsen und deren Schnitt im Rotationszentrum.

Damit wird der Mechanismus mit α , β , L_2 und B durch vier Parameter kinematisch komplett beschrieben. In Abbildung 3.9 und 3.10 sind die Parameter am Bild des Mechanismus eingetragen. Hier ist der Vollständigkeit halber auch der festgelegte Parameter h angegeben.

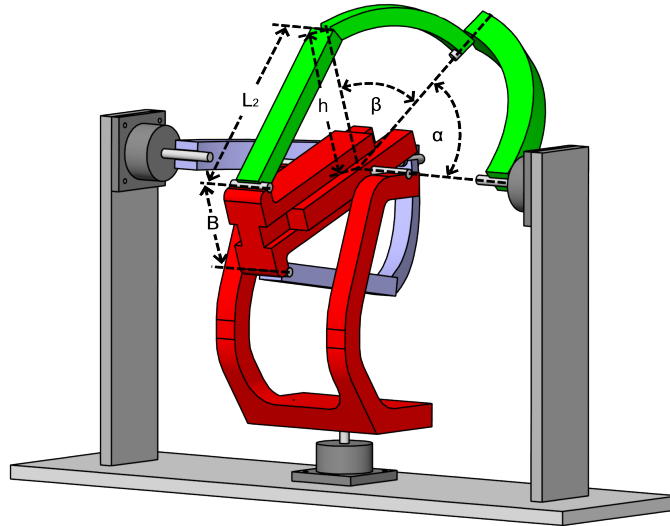


Abbildung 3.9.: Zu optimierende Parameter des Mechanismus: α , β , L_2 und B (wobei die Längen auf h bezogen sind)

3.3.3. Kinematik

Im sphärischen Teil des Mechanismus schneiden sich alle Drehachsen sowie die Schubachse der inneren Führungskette im Rotationszentrum.

Für die Richtungsvektoren vom Rotationszentrum zu dem jeweils zweiten und dritten Gelenk der Führungsketten werden für die nachfolgenden Überlegungen Vektoren definiert. Diese lauten w_i für das zweite Gelenk und v_i für das dritte Gelenk mit $i = 1, 2, 3$ (siehe Abbildung 3.11). Die Vektoren entsprechen außerdem jeweils den Dreh- bzw. Schubachsen der Gelenke. Es handelt sich jeweils um Einheitsvektoren. v_1 und v_2 zeigen stets in Richtung der Schnittstelle zwischen dem sphärischen Teil und dem Schubteil. Die Winkel der jeweils ersten und angetriebenen Gelenke werden mit θ_i und die Winkel der zweiten Gelenke mit μ_i bezeichnet.

Die Variablen w_i , v_i , μ_i und θ_i werden je nach zugehöriger Führungskette mit dem Index 1 und 2 für die beiden äußeren Führungsketten und dem Index 3 für die innere Führungskette bezeichnet.

Außerdem werden im Folgenden bei Platzmangel c_x und s_x stellvertretend für $\cos(x)$ und $\sin(x)$ verwendet.

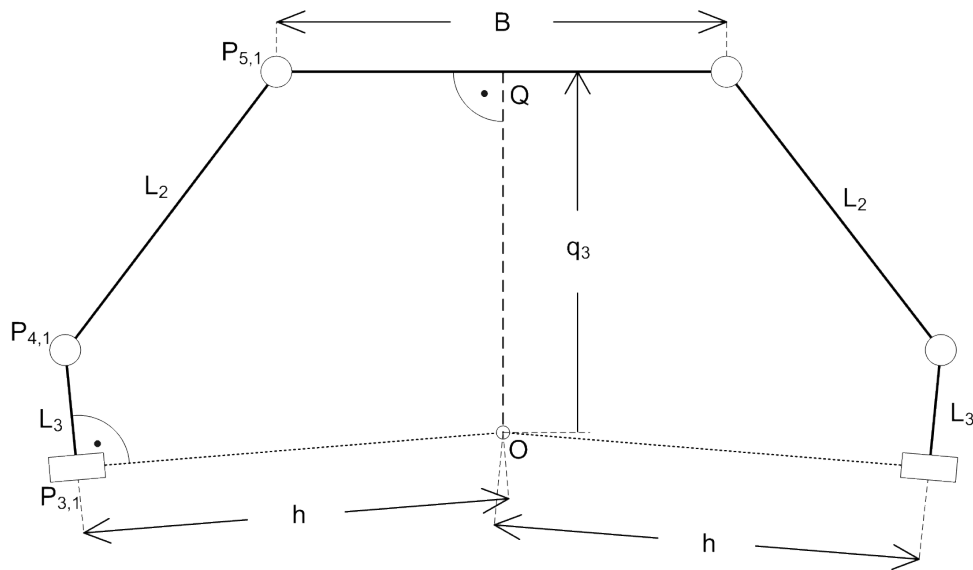


Abbildung 3.10.: Zu optimierende Parameter des Schubmechanismus: L_2 , L_3 und B . Im Falle von $L_3 = 0$ gilt $P_{3,i} = P_{4,i}$ und es wird ein Kugelgelenk verwendet.

Direkte Kinematik

Um die Vorwärtskinematik des Mechanismus aufzustellen, wird die Aufteilung des Mechanismus in sphärischen Teil und Schubteil genutzt.

Sphärischer Untermechanismus:

Für alle Führungsketten werden die Vektoren v_i in Abhängigkeit von θ_i und μ_i bestimmt. Dabei werden die Konventionen von Denavit-Hartenberg (siehe Abschnitt A.5) genutzt, um die Transformationsmatrizen aufzustellen. Jedoch wird nur die Richtung v_i und damit der Rotationsanteil benötigt. Entsprechend wird auch nur der rotatorische Teil der Transformationsmatrizen genutzt.

Die verwendeten Koordinatensysteme nach Denavit-Hartenberg sind jeweils in den Abbildungen 3.12(a), 3.13(a) und 3.14(a) dargestellt. Die Führungsketten befinden sich in diesen Darstellungen mit $\theta_i = \mu_i = 0^\circ$ jeweils in der Nullstellung. Die zu optimierenden Winkel sind in der Darstellung mit $\alpha = 72^\circ$ und $\beta = 60^\circ$ gewählt worden. Zur einfacheren Anschauung werden die Koordinatensysteme in Abbildung 3.12(b), 3.13(b) und 3.14(b) nochmal $\alpha = \beta = 90^\circ$ gezeigt.

Die resultierenden Denavit-Hartenberg-Parameter sind in den Tabellen 3.3, 3.4 und 3.5 angegeben.

Direkte Kinematik der sphärischen Unterführungskette 1:

$${}^0T_1 = \begin{pmatrix} \cos(\theta_1) & -\sin(\theta_1) \cos(\alpha) & \sin(\theta_1) \sin(\alpha) & 0 \\ \sin(\theta_1) & \cos(\theta_1) \cos(\alpha) & -\cos(\theta_1) \sin(\alpha) & 0 \\ 0 & \sin(\alpha) & \cos(\alpha) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad (3.1)$$

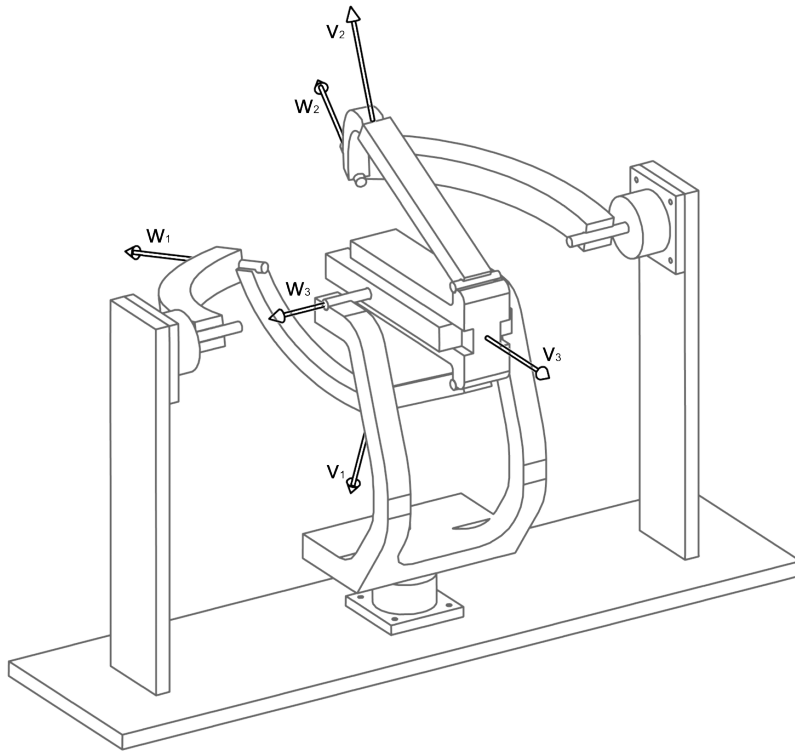


Abbildung 3.11.: Richtungsvektoren vom Rotationszentrum zum zweiten (w_i) und dritten (v_i) Gelenk jeder Führungskette i

i	α_i	φ_i	d_i	a_i
1	α	θ_1	0	0
2	β	μ_1	0	0

Tabelle 3.3.: Denavit-Hartenberg-Parameter der sphärischen Unterführungskette 1

$${}^1T_2 = \begin{pmatrix} \cos(\mu_1) & -\sin(\mu_1) \cos(\beta) & \sin(\mu_1) \sin(\beta) & 0 \\ \sin(\mu_1) & \cos(\mu_1) \cos(\beta) & -\cos(\mu_1) \sin(\beta) & 0 \\ 0 & \sin(\beta) & \cos(\beta) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad (3.2)$$

$${}^0T_2 = {}^0T_1 \cdot {}^1T_2 = ({}^0T_{2,1} \quad {}^0T_{2,2} \quad {}^0T_{2,3} \quad {}^0T_{2,4}). \quad (3.3)$$

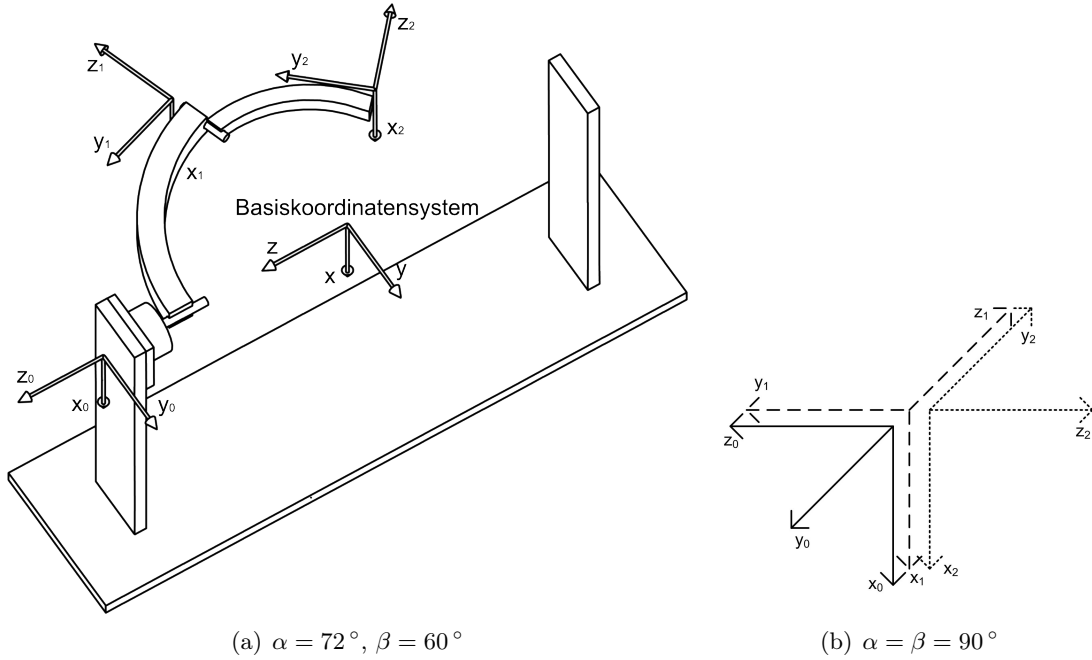


Abbildung 3.12.: Koordinatensysteme des sphärischen Teiles der ersten Führungskette in Nullstellung ($\theta_1 = \mu_1 = 0^\circ$) nach Denavit-Hartenberg. Da an dieser Stelle lediglich die Orientierungen der Koordinatensysteme von Bedeutung sind, haben alle dargestellten Koordinatensysteme den gleichen Ursprung. Zum besseren Verständnis werden sie in (a) jedoch in der Nähe der entsprechenden Gelenke des Mechanismus angebracht. In (b) werden sie mit gemeinsamem Ursprung dargestellt.

mit

$${}^0T_{2,1} = \begin{pmatrix} c_{\theta_1}c_{\mu_1} - s_{\theta_1}s_{\mu_1}c_\alpha \\ s_{\theta_1}c_{\mu_1} + c_{\theta_1}s_{\mu_1}c_\alpha \\ s_{\mu_1}s_\alpha \\ 0 \end{pmatrix},$$

$${}^0T_{2,2} = \begin{pmatrix} -c_{\theta_1}s_{\mu_1}c_\beta - s_{\theta_1}c_{\mu_1}c_\alpha c_\beta + s_{\theta_1}s_\alpha s_\beta \\ -s_{\theta_1}s_{\mu_1}c_\beta + c_{\theta_1}c_{\mu_1}c_\alpha c_\beta - c_{\theta_1}s_\alpha s_\beta \\ c_{\mu_1}s_\alpha c_\beta + c_\alpha s_\beta \\ 0 \end{pmatrix},$$

$${}^0T_{2,3} = \begin{pmatrix} c_{\theta_1}s_{\mu_1}s_\beta + s_{\theta_1}c_{\mu_1}c_\alpha s_\beta + s_{\theta_1}s_\alpha c_\beta \\ s_{\theta_1}s_{\mu_1}s_\beta - c_{\theta_1}c_{\mu_1}c_\alpha s_\beta - c_{\theta_1}s_\alpha c_\beta \\ -c_{\mu_1}s_\alpha s_\beta + c_\alpha c_\beta \\ 0 \end{pmatrix},$$

$${}^0T_{2,4} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

Direkte Kinematik der sphärischen Unterführungskette 2:

i	α_i	φ_i	d_i	a_i
1	$\pi - \alpha$	θ_1	0	0
2	β	$\pi + \mu_2$	0	0

Tabelle 3.4.: Denavit-Hartenberg-Parameter der sphärischen Unterführungskette 2

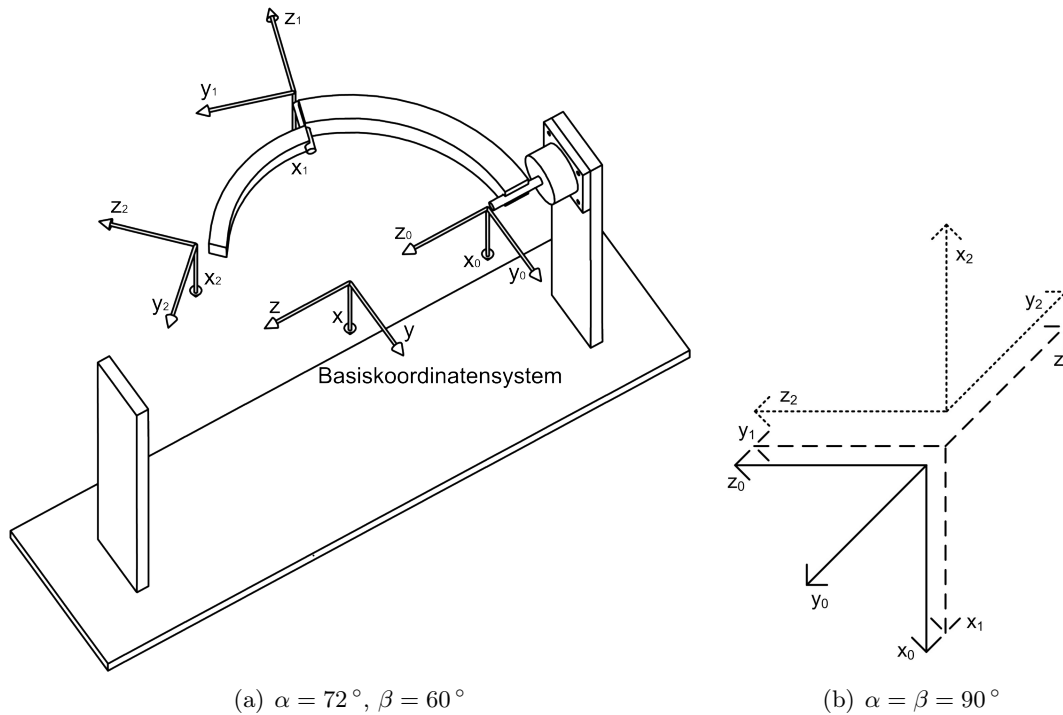


Abbildung 3.13.: Koordinatensysteme des sphärischen Teiles der zweiten Führungskette in Nullstellung ($\theta_2 = \mu_2 = 0^\circ$) nach Denavit-Hartenberg. Da an dieser Stelle lediglich die Orientierungen der Koordinatensysteme von Bedeutung sind, haben alle dargestellten Koordinatensysteme den gleichen Ursprung. Zum besseren Verständnis werden sie in (a) jedoch in der Nähe der entsprechenden Gelenke des Mechanismus angebracht. In (b) werden sie mit gemeinsamem Ursprung dargestellt.

$${}^0T_1 = \begin{pmatrix} \cos(\theta_2) & \sin(\theta_2) \cos(\alpha) & \sin(\theta_2) \sin(\alpha) & 0 \\ \sin(\theta_2) & -\cos(\theta_2) \cos(\alpha) & -\cos(\theta_2) \sin(\alpha) & 0 \\ 0 & \sin(\alpha) & -\cos(\alpha) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad (3.4)$$

$${}^1T_2 = \begin{pmatrix} -\cos(\mu_2) & \sin(\mu_2) \cos(\beta) & -\sin(\mu_2) \sin(\beta) & 0 \\ -\sin(\mu_2) & -\cos(\mu_2) \cos(\beta) & \cos(\mu_2) \sin(\beta) & 0 \\ 0 & \sin(\beta) & \cos(\beta) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad (3.5)$$

$$\begin{aligned}
 {}^0T_2 &= {}^0T_1 \cdot {}^1T_2 \\
 &= ({}^0T_{2,1} \quad {}^0T_{2,2} \quad {}^0T_{2,3} \quad {}^0T_{2,4})
 \end{aligned} \tag{3.6}$$

mit

$$\begin{aligned}
 {}^0T_{2,1} &= \begin{pmatrix} -c_{\theta_2}c_{\mu_2} - s_{\theta_2}s_{\mu_2}c_{\alpha} \\ -s_{\theta_2}c_{\mu_2} + c_{\theta_2}s_{\mu_2}c_{\alpha} \\ -s_{\mu_2}s_{\alpha} \\ 0 \end{pmatrix}, \\
 {}^0T_{2,2} &= \begin{pmatrix} c_{\theta_2}s_{\mu_2}c_{\beta} - s_{\theta_2}c_{\mu_2}c_{\alpha}c_{\beta} + s_{\theta_2}s_{\alpha}s_{\beta} \\ s_{\theta_2}s_{\mu_2}c_{\beta} + c_{\theta_2}c_{\mu_2}c_{\alpha}c_{\beta} - c_{\theta_2}s_{\alpha}s_{\beta} \\ -c_{\mu_2}s_{\alpha}c_{\beta} + c_{\alpha}s_{\beta} \\ 0 \end{pmatrix}, \\
 {}^0T_{2,3} &= \begin{pmatrix} -c_{\theta_2}s_{\mu_2}s_{\beta} + s_{\theta_2}c_{\mu_2}c_{\alpha}s_{\beta} + s_{\theta_2}s_{\alpha}c_{\beta} \\ -s_{\theta_2}s_{\mu_2}s_{\beta} - c_{\theta_2}c_{\mu_2}c_{\alpha}s_{\beta} - c_{\theta_2}s_{\alpha}c_{\beta} \\ c_{\mu_2}s_{\alpha}s_{\beta} - c_{\alpha}c_{\beta} \\ 0 \end{pmatrix}, \\
 {}^0T_{2,4} &= \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}.
 \end{aligned}$$

Direkte Kinematik der sphärischen Unterführungskette 3:

Da die Orientierung des Koordinatensystems der Basis des gesamten Mechanismus nicht mit der Orientierung des Koordinatensystems der Basis der inneren Führungskette nach Denavit-Hartenberg übereinstimmt, muss hier zu Beginn noch eine weitere Transformation (0T_1) durchgeführt werden:

\mathbf{i}	α_i	φ_i	d_i	a_i
1	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{\pi}{2}$	0	0
2	$\frac{\pi}{2}$	$\pi + \theta_3$	0	0
3	$\frac{\pi}{2}$	$\mu_3 - \frac{\pi}{2}$	0	0

Tabelle 3.5.: Denavit-Hartenberg-Parameter der sphärischen Unterführungskette 3

$${}^0T_1 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \tag{3.7}$$

$${}^1T_2 = \begin{pmatrix} -\cos(\theta_3) & 0 & -\sin(\theta_3) & 0 \\ -\sin(\theta_3) & 0 & \cos(\theta_3) & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \tag{3.8}$$

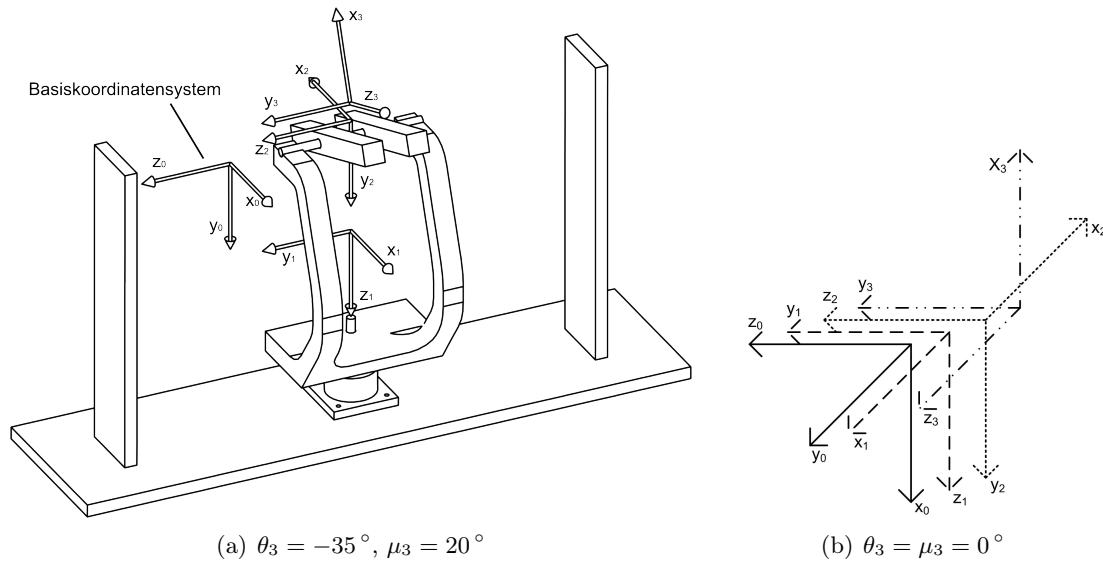


Abbildung 3.14.: Koordinatensysteme des sphärischen Teiles der dritten Führungskette mit den Winkeln $\theta_3 = -35^\circ$ und $\mu_3 = 20^\circ$ nach Denavit-Hartenberg. Da an dieser Stelle lediglich die Orientierungen der Koordinatensysteme von Bedeutung sind, haben alle dargestellten Koordinatensysteme den gleichen Ursprung. Zum besseren Verständnis werden sie in (a) jedoch in der Nähe der entsprechenden Gelenke des Mechanismus angebracht. In (b) werden sie mit gemeinsamem Ursprung dargestellt.

$${}^2T_3 = \begin{pmatrix} \sin(\mu_3) & 0 & -\cos(\mu_3) & 0 \\ -\cos(\mu_3) & 0 & -\sin(\mu_3) & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad (3.9)$$

$${}^0T_2 = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ -\cos(\theta_3) & 0 & -\sin(\theta_3) & 0 \\ -\sin(\theta_3) & 0 & \cos(\theta_3) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad (3.10)$$

$${}^0T_3 = {}^0T_1 \cdot {}^1T_2 \cdot {}^2T_3 = \begin{pmatrix} -\cos(\mu_3) & 0 & -\sin(\mu_3) & 0 \\ -\cos(\theta_3)\sin(\mu_3) & -\sin(\theta_3) & \cos(\theta_3)\cos(\mu_3) & 0 \\ -\sin(\theta_3)\sin(\mu_3) & \cos(\theta_3) & \sin(\theta_3)\cos(\mu_3) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}. \quad (3.11)$$

Die Richtungsvektoren v_i , $i = 1, 2, 3$ entsprechen den Dreh- bzw. Schubachsen der jeweiligen Gelenke. Da diese wiederum mit den z-Achsen der jeweils letzten Koordinatensysteme nach Denavit-Hartenberg übereinstimmen, können v_i , $i = 1, 2, 3$ aus der dritten Spalte der

Transformationsgleichung der jeweiligen Führungskette (Gleichung (3.3), (3.6) und (3.11)) abgelesen werden. Damit ergibt sich:

$$v_1 = \begin{pmatrix} c_{\theta_1} s_{\mu_1} s_{\beta} + s_{\theta_1} c_{\mu_1} c_{\alpha} s_{\beta} + s_{\theta_1} s_{\alpha} c_{\beta} \\ s_{\theta_1} s_{\mu_1} s_{\beta} - c_{\theta_1} c_{\mu_1} c_{\alpha} s_{\beta} - c_{\theta_1} s_{\alpha} c_{\beta} \\ -c_{\mu_1} s_{\alpha} s_{\beta} + c_{\alpha} c_{\beta} \end{pmatrix}, \quad (3.12)$$

$$v_2 = \begin{pmatrix} -c_{\theta_2} s_{\mu_2} s_{\beta} + s_{\theta_2} c_{\mu_2} c_{\alpha} s_{\beta} + s_{\theta_2} s_{\alpha} c_{\beta} \\ -s_{\theta_2} s_{\mu_2} s_{\beta} - c_{\theta_2} c_{\mu_2} c_{\alpha} s_{\beta} - c_{\theta_2} s_{\alpha} c_{\beta} \\ c_{\mu_2} s_{\alpha} s_{\beta} - c_{\alpha} c_{\beta} \end{pmatrix}, \quad (3.13)$$

$$v_3 = \begin{pmatrix} -\sin(\mu_3) \\ \cos(\theta_3) \cos(\mu_3) \\ \sin(\theta_3) \cos(\mu_3) \end{pmatrix}. \quad (3.14)$$

Außerdem erhält man aus der dritten Spalte der Transformationsmatrix 0_2^T der dritten Führungskette (Gleichung (3.10)) den Richtungsvektor w_3 :

$$w_3 = \begin{pmatrix} 0 \\ -\sin(\theta_3) \\ \cos(\theta_3) \end{pmatrix}. \quad (3.15)$$

Die Ebene des Schubmechanismus wird definiert durch das Rotationszentrum, welches in der Ebene liegt, und den Vektor w_3 , der orthogonal zur Ebene steht (siehe Abbildung 3.8). Da die Vektoren v_1 und v_2 in dieser Ebene liegen, müssen auch sie orthogonal zu w_3 sein. Daraus ergibt sich:

$$v_1 \cdot w_3 = \cos(90^\circ) = 0, \quad (3.16)$$

$$v_2 \cdot w_3 = \cos(90^\circ) = 0. \quad (3.17)$$

Zur Berechnung der unbekanntenen Gelenkwinkel μ_i , $i = 1, 2$ werden Gleichungen (3.16) und (3.17) jeweils in quadratische Gleichungen umgeformt. Durch Substitution von $\sin(\mu_1)$ und $\cos(\mu_1)$ mit

$$\sin(\mu_1) = \frac{2 \tan\left(\frac{\mu_1}{2}\right)}{1 + \tan\left(\frac{\mu_1}{2}\right)^2}, \quad (3.18)$$

$$\cos(\mu_1) = \frac{1 - \tan\left(\frac{\mu_1}{2}\right)^2}{1 + \tan\left(\frac{\mu_1}{2}\right)^2} \quad (3.19)$$

erhält man für μ_1 :

$$\begin{aligned}
0 &= v_1 \cdot w_3 \\
\Leftrightarrow 0 &= -\sin(\theta_3)(\sin(\theta_1) \sin(\mu_1) \sin(\beta) - \cos(\theta_1) \cos(\mu_1) \cos(\alpha) \sin(\beta)) \\
&\quad - \cos(\theta_1) \sin(\alpha) \cos(\beta) + \cos(\theta_3) (-\cos(\mu_1) \sin(\alpha) \sin(\beta) + \cos(\alpha) \cos(\beta)) \\
\Leftrightarrow 0 &= \frac{2 \tan\left(\frac{\mu_1}{2}\right)}{1 + \tan^2\left(\frac{\mu_1}{2}\right)} (-\sin(\theta_1) \sin(\theta_3) \sin(\beta)) \\
&\quad + \frac{1 - \tan^2\left(\frac{\mu_1}{2}\right)}{1 + \tan^2\left(\frac{\mu_1}{2}\right)} (\cos(\theta_1) \sin(\theta_3) \cos(\alpha) \sin(\beta) - \cos(\theta_3) \sin(\alpha) \sin(\beta)) \\
&\quad + \cos(\theta_1) \sin(\theta_3) \sin(\alpha) \cos(\beta) + \cos(\theta_3) \cos(\alpha) \cos(\beta) \\
\Leftrightarrow 0 &= (\cos(\theta_1) \sin(\theta_3) \sin(\alpha + \beta) + \cos(\theta_3) \cos(\alpha + \beta)) \tan^2\left(\frac{\mu_1}{2}\right) \\
&\quad + 2(-\sin(\theta_1) \sin(\theta_3) \sin(\beta)) \tan\left(\frac{\mu_1}{2}\right) \\
&\quad + \cos(\theta_1) \sin(\theta_3) \sin(\alpha + \beta) + \cos(\theta_3) \cos(\alpha + \beta) \\
\Leftrightarrow 0 &= A_{\mu_1} T_{\mu_1}^2 + 2B_{\mu_1} T_{\mu_1} + C_{\mu_1} \tag{3.20}
\end{aligned}$$

mit

$$T_{\mu_1} = \tan\left(\frac{\mu_1}{2}\right), \tag{3.21}$$

$$A_{\mu_1} = \cos(\theta_1) \sin(\theta_3) \sin(\alpha + \beta) + \cos(\theta_3) \cos(\alpha + \beta), \tag{3.22}$$

$$B_{\mu_1} = -\sin(\theta_1) \sin(\theta_3) \sin(\beta), \tag{3.23}$$

$$C_{\mu_1} = \cos(\theta_1) \sin(\theta_3) \sin(\alpha + \beta) + \cos(\theta_3) \cos(\alpha + \beta). \tag{3.24}$$

Hieraus können nun die möglichen passenden Stellungen des passiven Gelenkes μ_1 bestimmt werden:

$$\begin{aligned}
\tan\left(\frac{\mu_1}{2}\right)_{1,2} &= \frac{-2B_{\mu_1} \pm \sqrt{(2B_{\mu_1})^2 - 4A_{\mu_1}C_{\mu_1}}}{2A_{\mu_1}} \\
&= \frac{-B_{\mu_1} \pm \sqrt{(B_{\mu_1})^2 - A_{\mu_1}C_{\mu_1}}}{A_{\mu_1}} \\
&= \frac{s_{\theta_1} s_{\theta_3} s_{\beta} \pm \sqrt{s_{\theta_1}^2 s_{\theta_3}^2 s_{\beta}^2 - (c_{\alpha+\beta} c_{\theta_3} + c_{\theta_1} s_{\alpha+\beta} s_{\theta_3})^2}}{c_{\theta_1} s_{\theta_3} s_{\alpha+\beta} + c_{\theta_3} c_{\alpha+\beta}}, \tag{3.25}
\end{aligned}$$

$$(\mu_1)_{1,2} = 2 \arctan\left(\frac{s_{\theta_1} s_{\theta_3} s_{\beta} \pm \sqrt{s_{\theta_1}^2 s_{\theta_3}^2 s_{\beta}^2 - (c_{\alpha+\beta} c_{\theta_3} + c_{\theta_1} s_{\alpha+\beta} s_{\theta_3})^2}}{c_{\theta_1} s_{\theta_3} s_{\alpha+\beta} + c_{\theta_3} c_{\alpha+\beta}}\right). \tag{3.26}$$

Entsprechend verlauft die Umformung fur μ_2 :

$$\begin{aligned}
 0 &= v_2 \cdot w_3 \\
 &= -\sin(\theta_3)(\sin(\theta_2) \sin(\mu_2) \sin(\beta) + \cos(\theta_2) \cos(\mu_2) \cos(\alpha) \sin(\beta) \\
 &\quad + \cos(\theta_2) \sin(\alpha) \cos(\beta)) + \cos(\theta_3) (\cos(\mu_2) \sin(\alpha) \sin(\beta) - \cos(\alpha) \cos(\beta)) \\
 &= \frac{2 \tan\left(\frac{\mu_2}{2}\right)}{1 + \tan^2\left(\frac{\mu_2}{2}\right)} (\sin(\theta_2) \sin(\theta_3) \sin(\beta)) \\
 &\quad + \frac{1 - \tan^2\left(\frac{\mu_2}{2}\right)}{1 + \tan^2\left(\frac{\mu_2}{2}\right)} (\cos(\theta_2) \sin(\theta_3) \cos(\alpha) \sin(\beta) + \cos(\theta_3) \sin(\alpha) \sin(\beta)) \\
 &\quad + \cos(\theta_2) \sin(\theta_3) \sin(\alpha) \cos(\beta) - \cos(\theta_3) \cos(\alpha) \cos(\beta) \\
 &= (\cos(\theta_2) \sin(\theta_3) \sin(\alpha - \beta) - \cos(\theta_3) \cos(\alpha - \beta)) \tan^2\left(\frac{\mu_2}{2}\right) \\
 &\quad + (2 \sin(\theta_2) \sin(\theta_3) \sin(\beta)) \tan\left(\frac{\mu_2}{2}\right) \\
 &\quad + \cos(\theta_2) \sin(\theta_3) \sin(\alpha + \beta) - \cos(\theta_3) \cos(\alpha + \beta) \\
 0 &= A_{\mu_2} T_{\mu_2}^2 + 2B_{\mu_2} T_{\mu_2} + C_{\mu_2} \tag{3.27}
 \end{aligned}$$

mit

$$T_{\mu_2} = \tan\left(\frac{\mu_2}{2}\right), \tag{3.28}$$

$$A_{\mu_2} = \cos(\theta_2) \sin(\theta_3) \sin(\alpha - \beta) - \cos(\theta_3) \cos(\alpha - \beta), \tag{3.29}$$

$$B_{\mu_2} = \sin(\theta_2) \sin(\theta_3) \sin(\beta), \tag{3.30}$$

$$C_{\mu_2} = \cos(\theta_2) \sin(\theta_3) \sin(\alpha + \beta) - \cos(\theta_3) \cos(\alpha + \beta) \tag{3.31}$$

ergibt

$$\begin{aligned}
 \tan\left(\frac{\mu_2}{2}\right)_{1,2} &= \frac{-2B_{\mu_2} \pm \sqrt{(2B_{\mu_2})^2 - 4A_{\mu_2}C_{\mu_2}}}{2A_{\mu_2}} \\
 &= \frac{-B_{\mu_2} \pm \sqrt{(B_{\mu_2})^2 - A_{\mu_2}C_{\mu_2}}}{A_{\mu_2}} \\
 &= \frac{s_{\theta_2} s_{\theta_3} s_{\beta}}{c_{\theta_2} s_{\theta_3} s_{\alpha-\beta} - c_{\theta_3} c_{\alpha-\beta}} \\
 &\quad \pm \frac{\sqrt{s_{\theta_2}^2 s_{\theta_3}^2 s_{\beta}^2 - c_{\theta_3} (c_{\alpha}^2 - c_{\beta}^2) + c_{\theta_2} c_{\theta_3} s_{\theta_3} s_{2\alpha} - c_{\theta_2}^2 s_{\theta_3}^2 (s_{\alpha}^2 - s_{\beta}^2)}}{c_{\theta_2} s_{\theta_3} s_{\alpha-\beta} - c_{\theta_3} c_{\alpha-\beta}} \tag{3.32}
 \end{aligned}$$

und

$$\begin{aligned}
 (\mu_2)_{1,2} &= 2 \arctan\left(\frac{s_{\theta_2} s_{\theta_3} s_{\beta}}{c_{\theta_2} s_{\theta_3} s_{\alpha-\beta} - c_{\theta_3} c_{\alpha-\beta}} \right. \\
 &\quad \left. \pm \frac{\sqrt{s_{\theta_2}^2 s_{\theta_3}^2 s_{\beta}^2 - c_{\theta_3} (c_{\alpha}^2 - c_{\beta}^2) + c_{\theta_2} c_{\theta_3} s_{\theta_3} s_{2\alpha} - c_{\theta_2}^2 s_{\theta_3}^2 (s_{\alpha}^2 - s_{\beta}^2)}}{c_{\theta_2} s_{\theta_3} s_{\alpha-\beta} - c_{\theta_3} c_{\alpha-\beta}} \right). \tag{3.33}
 \end{aligned}$$

Von den berechneten möglichen Stellungen in Gleichung (3.26) und (3.33) ist jeweils nur eine der vier Stellungen korrekt für den angestrebten *Assembly Mode*. Dies muss in der Optimierung berücksichtigt werden.

Nach der Bestimmung der passiven Gelenkstellungen μ_1 und μ_2 lassen sich mit Hilfe von Gleichung (3.12) und (3.13) die gesuchten Vektoren v_1 und v_2 bestimmen.

Der Winkel ψ_3 lässt sich aus den Vektoren v_1 und v_2 über den von ihnen eingeschlossenen Winkel $\psi_{v_1, v_2} = \arccos(v_1 \cdot v_2)$ bestimmen. Es müssen jedoch zwei unterschiedliche Fälle beachtet werden, wie in Abbildung 3.15 dargestellt ist.

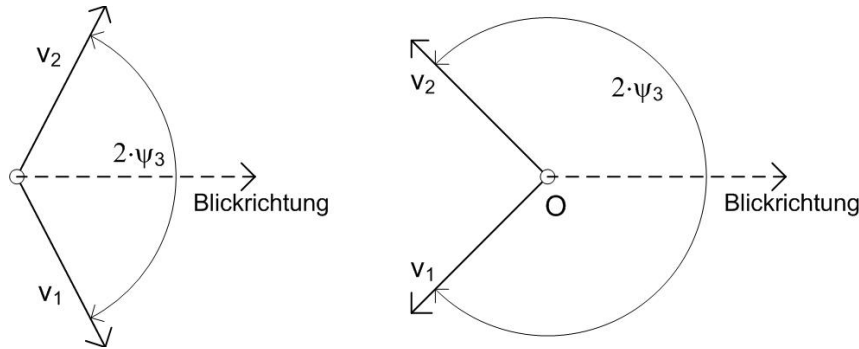


Abbildung 3.15.: Unterschiedliche Fälle bei der Berechnung von ψ_3 aus v_1 und v_2

Aufgrund des festgelegten Arbeitsraumes des Endeffektors mit $-80^\circ \leq q_1 \leq 80^\circ$ und $-60^\circ \leq q_2 \leq 60^\circ$ weist seine Blickrichtung (= v_3) stets eine positive y-Komponente auf. Da v_1 und v_2 die gleiche Länge haben, ist die Summe ihrer y-Komponenten nur für $\psi_3 < 90^\circ$ größer 0. Entsprechend ergibt sich folgende Fallunterscheidung:

$$\psi_3 = \begin{cases} \frac{1}{2} \arccos(v_1 \cdot v_2) & \text{für } v_{1,y} + v_{2,y} < 0 \\ \frac{1}{2}(2\pi - \arccos(v_1 \cdot v_2)) & \text{sonst.} \end{cases} \quad (3.34)$$

Die Blickrichtung des Endeffektors v_3 wird durch die Kugelkoordinaten q_1 und q_2 beschrieben. Da nur der Richtunganteil der Formel zur Berechnung der kartesischen Koordinaten aus Kugelkoordinaten benötigt wird und es sich bei v_3 um einen Einheitsvektor handelt, gilt für die Formel der x-Komponente

$$v_{3,x} = -\sin(q_2). \quad (3.35)$$

Aus dem Zusammenhang zwischen v_1 und v_3 sowie v_2 und v_3 (siehe Gleichungen (3.42), (3.49) und (3.50)) und den bekannten Werten v_1 , v_2 und ψ_3 ergibt sich:

$$\begin{aligned} v_{1,x} &= -\sin(q_2 + \psi_3), \\ v_{2,x} &= -\sin(q_2 - \psi_3), \\ q_2 &= \arcsin(-v_{1,x}) - \psi_3, \end{aligned} \quad (3.36)$$

und

$$q_2 = \arcsin(-v_{2,x}) + \psi_3. \quad (3.37)$$

Schubmechanismus:

Aus dem gegebenen Winkel ψ_3 und den Parametern L_2 , L_3 , B und h ergibt sich die gesuchte Länge des Schubes q_3 . Die verwendeten Hilfsvariablen sind in Abbildung 3.16 eingetragen. Mit

$$\begin{aligned}\psi_4 &= \psi_3 - \arctan\left(\frac{L_3}{h}\right), \\ s_1 &= \sqrt{L_2^2 - s_3^2}, \\ s_2 &= \cos(\psi_4) \sqrt{h^2 + L_3^2}, \\ s_3 &= \sin(\psi_4) \sqrt{h^2 + L_3^2} - \frac{B}{2}\end{aligned}$$

ergibt sich für

$$\begin{aligned}q_3 &= s_1 + s_2 \\ &= \sqrt{L_2^2 - s_3^2} + \cos\left(\psi_3 - \arctan\left(\frac{L_3}{h}\right)\right) \sqrt{h^2 + L_3^2} \\ &= \sqrt{L_2^2 - \left(\left(\sin\left(\psi_3 - \arctan\left(\frac{L_3}{h}\right)\right) \sqrt{h^2 + L_3^2}\right) - \frac{B}{2}\right)^2} \\ &\quad + \cos\left(\psi_3 - \arctan\left(\frac{L_3}{h}\right)\right) \sqrt{h^2 + L_3^2}.\end{aligned}\tag{3.38}$$

Da im Vorfeld die Variablen h und L_3 mit $h = 1$ und $L_3 = 0$ festgelegt wurden, vereinfacht sich die Formel zu

$$q_3 = \sqrt{L_2^2 - \left(\sin(\psi_3) - \frac{B}{2}\right)^2} + \cos(\psi_3).\tag{3.39}$$

Die Bestimmung von q_1 fällt am leichtesten:

$$q_1 = \theta_3.\tag{3.40}$$

Damit lässt sich die Stellung des Endeffektors komplett bestimmen:

- *Gieren*: q_1 nach Gleichung (3.40),
- *Nicken*: q_2 nach Gleichung (3.36) oder (3.37),
- *Vor-/Rückbewegung*: q_3 nach Gleichung (3.38).

Inverse Kinematik

Die Berechnung der inversen Kinematik wird ebenfalls getrennt für den sphärischen Teil und den Schubteil durchgeführt.

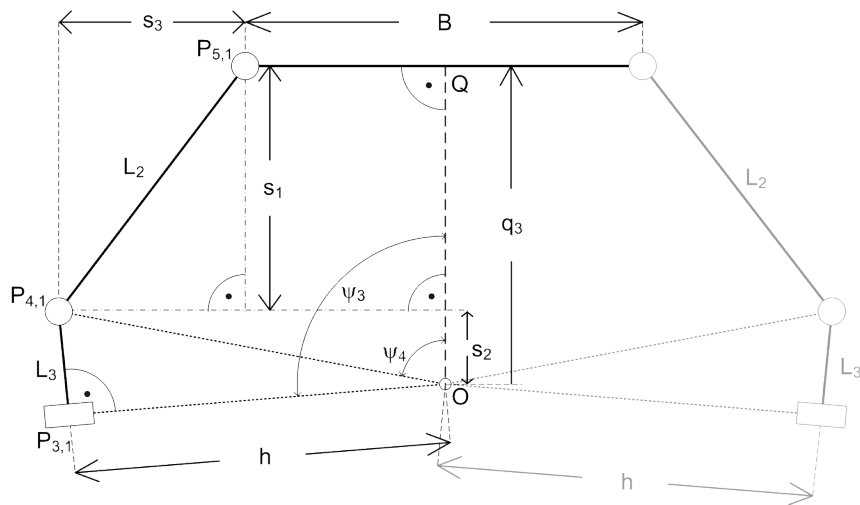


Abbildung 3.16.: Schematische Darstellung des Schubmechanismus mit Hilfsvariablen s_1 , s_2 und s_3 zur Berechnung von q_3

Beide Teile sind an den Rotationsachsen v_1 und v_2 und der Schubachse v_3 verbunden. Diese werden im Abschnitt des Schub-Untermehanismus aus der Stellung des Endeffektors bestimmt.

Für den sphärischen Teil des Mechanismus bzw. der Führungsketten werden die Gelenkwinkel der angetriebenen Gelenke θ_i , $i = 1, 2$, aus den zuvor bestimmten Drehachsen v_i , $i = 1, 2$ berechnet.

Schubmechanismus:

Der Schubmechanismus ist verantwortlich für die Vor- und Rücktranslation des Endeffektors in Richtung seiner Orientierung. Die Länge des Schubes q_3 ist bei gegebenen Parametern B , L_2 und L_3 nur von dem Winkel $2 \cdot \psi_3$ zwischen den Drehachsen v_1 und v_2 (jeweils drittes Drehgelenk der äußeren Führungsketten) abhängig.

Die Position und Orientierung des Endeffektors kann durch Kombination elementarer

Transformationen in einer Transformationsmatrix zusammengefasst werden:

$$\begin{aligned}
 {}^0T_E &= \text{Rotation}_{x_0}(q_1) \cdot \text{Rotation}_{z_0}(q_2) \cdot \text{Translation}_{y_0}(q_3) \\
 &= \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos(q_1) & -\sin(q_1) & 0 \\ 0 & \sin(q_1) & \cos(q_1) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \cos(q_2) & -\sin(q_2) & 0 & 0 \\ \sin(q_2) & \cos(q_2) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \\
 &\quad \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & q_3 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \\
 &= \begin{pmatrix} \cos(q_2) & -\sin(q_2) & 0 & -\sin(q_2)q_3 \\ \cos(q_1)\sin(q_2) & \cos(q_1)\cos(q_2) & -\sin(q_1) & \cos(q_1)\cos(q_2)q_3 \\ \sin(q_1)\sin(q_2) & \sin(q_1)\cos(q_2) & \cos(q_1) & \sin(q_1)\cos(q_2)q_3 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}. \quad (3.41)
 \end{aligned}$$

Der Rotationsanteil der Transformationsmatrix 0T_E (Gleichung (3.41)) definiert die Orientierung des Endeffektors im Basiskoordinatensystem. In der Nullstellung des Endeffektors stimmen die Vektoren v_3 und w_3 mit der y-Achse und z-Achse des Basiskoordinatensystem überein. Entsprechend können die um q_1 und q_2 gedrehten Vektoren v_3 und w_3 aus der zweiten und dritten Spalte der Transformationsmatrix 0T_E abgelesen werden. Bei w_3 handelt es sich um die Rotationsachse des passiven Drehgelenks der inneren Führungskette und bei v_3 handelt es sich um die Schubrichtung des Schubgelenkes der inneren Führungskette. Beide Vektoren sind jeweils von der Endeffektorstellung abhängig:

$$v_3 = \begin{pmatrix} -\sin(q_2) \\ \cos(q_1)\cos(q_2) \\ \sin(q_1)\cos(q_2) \end{pmatrix}, \quad (3.42)$$

$$w_3 = \begin{pmatrix} 0 \\ -\sin(q_1) \\ \cos(q_1) \end{pmatrix}. \quad (3.43)$$

Zur Bestimmung von v_1 und v_2 wird der Winkel ψ_3 benötigt (siehe Abbildung 3.17). Dieser ergibt sich aus dem gewünschten Schub q_3 . Der Winkel ψ_4 kann als Summe der beiden Winkel $\psi_{4a} = \angle P_{5,i}OQ$ und $\psi_{4b} = \angle P_{4,i}OP_{5,i}$ ausgedrückt werden. Zusammen mit

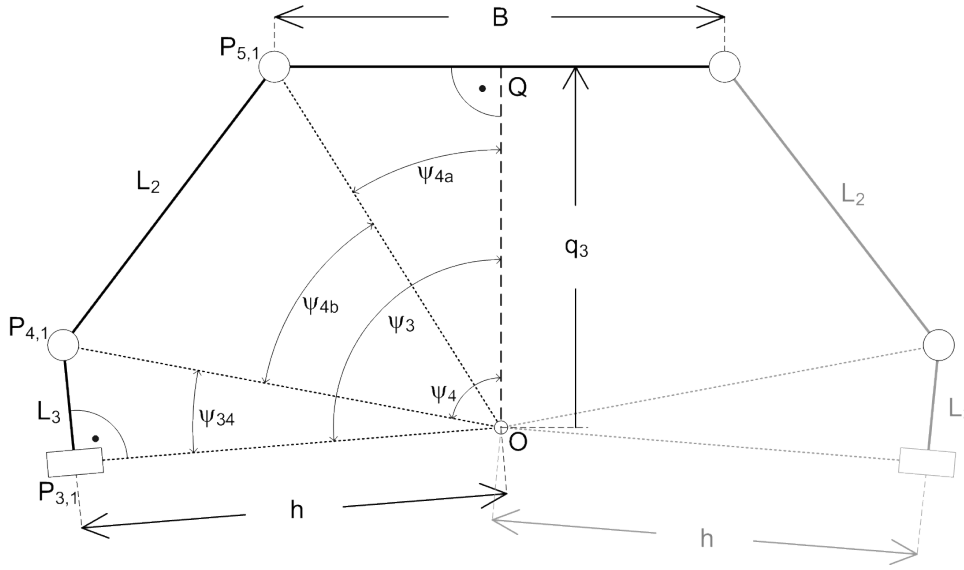


Abbildung 3.17.: Schematische Darstellung des Schubmechanismus. q_3 gibt die angestrebte Translation des Endeffektors in Blickrichtung an. B , h , L_2 , L_3 sind zu optimierende Parameter. Im vorliegenden Falle gilt $L_3 = 0$ und damit $\psi_{34} = 0^\circ$.

dem konstanten konstruktionsbedingten Winkel ψ_{34} ergibt sich ψ_3 :

$$\psi_{34} = \arctan\left(\frac{L_3}{h}\right), \quad (3.44)$$

$$\psi_{4a} = \angle P_{5,i}OQ = \arccos\left(\frac{q_3}{\sqrt{q_3^2 + \left(\frac{B}{2}\right)^2}}\right), \quad (3.45)$$

$$\psi_{4b} = \angle P_{4,i}OP_{5,i} = \arccos\left(\frac{h^2 + L_3^2 + \left(\frac{B}{2}\right)^2 + q_3^2 - L_2^2}{2\sqrt{\left(\frac{B}{2}\right)^2 + q_3^2}\sqrt{h^2 + L_3^2}}\right), \quad (3.46)$$

$$\begin{aligned} \psi_4 &= \psi_{4a} + \psi_{4b} \\ &= \arccos\left(\frac{q_3}{\sqrt{q_3^2 + \left(\frac{B}{2}\right)^2}}\right) \pm \arccos\left(\frac{h^2 + L_3^2 + \left(\frac{B}{2}\right)^2 + q_3^2 - L_2^2}{2\sqrt{\left(\frac{B}{2}\right)^2 + q_3^2}\sqrt{h^2 + L_3^2}}\right), \end{aligned} \quad (3.47)$$

$$\psi_3 = \psi_4 + \psi_{34} = \psi_4 + \arctan\left(\frac{L_3}{h}\right). \quad (3.48)$$

Mit Hilfe von Gleichung (3.48), (3.47) und (3.42) können die Vektoren v_1 und v_2 bestimmt

werden. Dabei wird in Gleichung (3.42) der Wert q_2 durch $q_2 \pm \psi_3$ ersetzt:

$$v_1 = \begin{pmatrix} -\sin(q_2 - \psi_3) \\ \cos(q_1) \cos(q_2 - \psi_3) \\ \sin(q_1) \cos(q_2 - \psi_3) \end{pmatrix}, \quad (3.49)$$

$$v_2 = \begin{pmatrix} -\sin(q_2 + \psi_3) \\ \cos(q_1) \cos(q_2 + \psi_3) \\ \sin(q_1) \cos(q_2 + \psi_3) \end{pmatrix}. \quad (3.50)$$

Sphärischer Untermechanismus:

Die inverse Kinematik des sphärischen Bereiches des Mechanismus liefert für bekannte Drehachsen v_i , $i = 1, 2, 3$, die nötigen Stellungen der aktiven Drehgelenke θ_i , $i = 1, 2, 3$.

Der Winkel zwischen w_i und v_i der äußeren Führungsketten ($i = 1, 2$) ist durch β vorgegeben. Daraus folgt:

$$\cos(\beta) = w_i \cdot v_i. \quad (3.51)$$

Die benötigten Drehachsen der passiven Drehgelenke des sphärischen Untermechanismus w_i , $i = 1, 2$, ergeben sich aus der dritten Spalte des Rotationsanteils der Transformationsmatrizen der direkten Kinematik (Gleichungen (3.1) und (3.4)):

$$w_1 = \begin{pmatrix} \sin(\theta_1) \sin(\alpha) \\ -\cos(\theta_1) \sin(\alpha) \\ \cos(\alpha) \end{pmatrix}, \quad (3.52)$$

$$w_2 = \begin{pmatrix} \sin(\theta_2) \sin(\alpha) \\ -\cos(\theta_2) \sin(\alpha) \\ -\cos(\alpha) \end{pmatrix}. \quad (3.53)$$

Gleichung (3.51) führt bei den äußeren Führungsketten jeweils zu einer quadratischen Gleichung, deren Lösung die gesuchten Gelenkwinkel θ_1 und θ_2 liefert.

Äußere Führungskette 1:

$$\begin{aligned} 0 &= w_1 \cdot v_1 - \cos(\beta) \\ &= \sin(\theta_1) \sin(\alpha) v_{1,1} - \cos(\theta_1) \sin(\alpha) v_{1,2} + \cos(\alpha) v_{1,3} - \cos(\beta) \\ &= \frac{2 \tan\left(\frac{\theta_1}{2}\right)}{1 + \tan^2\left(\frac{\theta_1}{2}\right)} \sin(\alpha) v_{1,1} - \frac{1 - \tan^2\left(\frac{\theta_1}{2}\right)}{1 + \tan^2\left(\frac{\theta_1}{2}\right)} \sin(\alpha) v_{1,2} + \cos(\alpha) v_{1,3} - \cos(\beta) \\ &= (\sin(\alpha) v_{1,2} + \cos(\alpha) v_{1,3} - \cos(\beta)) \tan^2\left(\frac{\theta_1}{2}\right) \\ &\quad + (2 \sin(\alpha) v_{1,1}) \tan\left(\frac{\theta_1}{2}\right) - \sin(\alpha) v_{1,2} + \cos(\alpha) v_{1,3} - \cos(\beta) \\ &= A_{\theta_1} T_{\theta_1}^2 + 2B_{\theta_1} T_{\theta_1} + C_{\theta_1} \end{aligned} \quad (3.54)$$

mit

$$T_{\theta_1} = \tan\left(\frac{\theta_1}{2}\right), \quad (3.55)$$

$$A_{\theta_1} = \sin(\alpha)v_{1,2} + \cos(\alpha)v_{1,3} - \cos(\beta), \quad (3.56)$$

$$B_{\theta_1} = \sin(\alpha)v_{1,1}, \quad (3.57)$$

$$C_{\theta_1} = -\sin(\alpha)v_{1,2} + \cos(\alpha)v_{1,3} - \cos(\beta). \quad (3.58)$$

Daraus ergibt sich:

$$\begin{aligned} \tan\left(\frac{\theta_1}{2}\right)_{1,2} &= \frac{-2B_{\theta_1} \pm \sqrt{(2B_{\theta_1})^2 - 4A_{\theta_1}C_{\theta_1}}}{2A_{\theta_1}} \\ &= \frac{-B_{\theta_1} \pm \sqrt{(B_{\theta_1})^2 - A_{\theta_1}C_{\theta_1}}}{A_{\theta_1}} \\ &= \frac{-\sin(\alpha)v_{1,1} \pm \sqrt{\sin^2(\alpha)(v_{1,1}^2 + v_{1,2}^2) - (\cos(\alpha)v_{1,3} - \cos(\beta))^2}}{\sin(\alpha)v_{1,2} + \cos(\alpha)v_{1,3} - \cos(\beta)}, \end{aligned} \quad (3.59)$$

$$(\theta_1)_{1,2} = 2 \arctan\left(\frac{-\sin(\alpha)v_{1,1} \pm \sqrt{\sin^2(\alpha)(v_{1,1}^2 + v_{1,2}^2) - (\cos(\alpha)v_{1,3} - \cos(\beta))^2}}{\sin(\alpha)v_{1,2} + \cos(\alpha)v_{1,3} - \cos(\beta)}\right). \quad (3.60)$$

Äußere Führungskette 2:

$$\begin{aligned} 0 &= w_2 \cdot v_2 - \cos(\beta) \\ &= \sin(\theta_2) \sin(\alpha)v_{2,1} - \cos(\theta_2) \sin(\alpha)v_{2,2} - \cos(\alpha)v_{2,3} - \cos(\beta) \\ &= \frac{2 \tan\left(\frac{\theta_2}{2}\right)}{1 + \tan^2\left(\frac{\theta_2}{2}\right)} \sin(\alpha)v_{2,1} - \frac{1 - \tan^2\left(\frac{\theta_2}{2}\right)}{1 + \tan^2\left(\frac{\theta_2}{2}\right)} \sin(\alpha)v_{2,2} - \cos(\alpha)v_{2,3} - \cos(\beta) \\ &= (\sin(\alpha)v_{2,2} - \cos(\alpha)v_{2,3} - \cos(\beta)) \tan^2\left(\frac{\theta_2}{2}\right) \\ &\quad + (2 \sin(\alpha)v_{2,1}) \tan\left(\frac{\theta_2}{2}\right) - \cos(\alpha)v_{2,3} - \cos(\beta) - \sin(\alpha)v_{2,2} \\ &= A_{\theta_2} T_{\theta_2}^2 + 2B_{\theta_2} T_{\theta_2} + C_{\theta_2} \end{aligned} \quad (3.61)$$

mit

$$T_{\theta_2} = \tan\left(\frac{\theta_2}{2}\right), \quad (3.62)$$

$$A_{\theta_2} = \sin(\alpha)v_{2,2} - \cos(\alpha)v_{2,3} - \cos(\beta), \quad (3.63)$$

$$B_{\theta_2} = \sin(\alpha)v_{2,1}, \quad (3.64)$$

$$C_{\theta_2} = -\cos(\alpha)v_{2,3} - \cos(\beta) - \sin(\alpha)v_{2,2}. \quad (3.65)$$

Daraus ergibt sich:

$$\begin{aligned}
 \tan\left(\frac{\theta_2}{2}\right)_{1,2} &= \frac{-2B_{\theta_2} \pm \sqrt{(2B_{\theta_2})^2 - 4A_{\theta_2}C_{\theta_2}}}{2A_{\theta_2}} \\
 &= \frac{-B_{\theta_2} \pm \sqrt{(B_{\theta_2})^2 - A_{\theta_2}C_{\theta_2}}}{A_{\theta_2}} \\
 &= \frac{-\sin(\alpha)v_{2,1} \pm \sqrt{\sin^2(\alpha)(v_{2,1}^2 + v_{2,2}^2) + (\cos(\alpha)v_{2,3} + \cos(\beta))^2}}{\sin(\alpha)v_{2,2} - \cos(\alpha)v_{2,3} - \cos(\beta)}, \quad (3.66)
 \end{aligned}$$

$$(\theta_2)_{1,2} = 2 \arctan\left(\frac{-\sin(\alpha)v_{2,1} \pm \sqrt{\sin^2(\alpha)(v_{2,1}^2 + v_{2,2}^2) + (\cos(\alpha)v_{2,3} + \cos(\beta))^2}}{\sin(\alpha)v_{2,2} - \cos(\alpha)v_{2,3} - \cos(\beta)}\right). \quad (3.67)$$

Die Gleichungen (3.60) und (3.67) liefern jeweils mehrere Lösungen θ_i . Das in den Gleichungen enthaltene \pm kann je nach *Assembly Mode* fest durch $+$ oder $-$ ersetzt werden. Für den in Abbildung 3.3 dargestellten *Assembly Mode* sind dies $+$ bei Gleichung (3.60) und $-$ bei Gleichung (3.67). Das Ergebnis des Arcus-Tangens wird zwischen $+90^\circ$ und -90° gewählt. Durch die Multiplikation des Winkels mit 2 wird der Bereich von $\pm 180^\circ$ erreicht.

Innere Führungskette:

Die Stellungen von θ_3 und μ_3 entsprechen direkt den Rotationen des Endeffektors. Daher gilt

$$\theta_3 = q_1 \quad (3.68)$$

und

$$\mu_3 = q_2. \quad (3.69)$$

Damit lässt sich die inverse Kinematik lösen und die Stellung der Aktoren zu einer vorgegebenen Stellung des Endeffektors komplett bestimmen:

- *Aktor 1:* θ_1 nach Gleichung (3.60),
- *Aktor 2:* θ_2 nach Gleichung (3.67),
- *Aktor 3:* θ_3 nach Gleichung (3.68).

Sowohl bei Gleichung (3.60) als auch bei Gleichung (3.67) treten Probleme auf, wenn der Nenner der Gleichung gleich Null wird. Diese Probleme treten ebenso in den partiellen Ableitungen der Gleichungen auf und führen zu einer singulären Jacobi-Matrix.

Eine mit Hilfe einer alternativen Umformung von Gleichung (3.51) nach θ_1 und θ_2 durchgeführte Kontrollrechnung ergab, dass an den entsprechenden Stellen keine Division durch

Null vorkommt und die Ergebnisse berechnet werden können. Es handelt sich daher nicht um eine Singularität.

Auf die Angabe dieser Formeln wird hier verzichtet.

Jacobi-Matrix/Inverse Jacobi-Matrix

Für die direkte und inverse Jacobi-Matrix entsprechend Gleichung (2.4) und (2.6) erhält man für $n = 3$ Aktoren und $m = 3$ Parameter zur Beschreibung der räumlichen Anordnung jeweils eine quadratische 3x3 Matrix:

$$\begin{pmatrix} \dot{q}_1 \\ \dot{q}_2 \\ \dot{q}_3 \end{pmatrix} = J \begin{pmatrix} \theta_1 \\ \theta_2 \\ \theta_3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \dot{\theta}_1 \\ \dot{\theta}_2 \\ \dot{\theta}_3 \end{pmatrix}, \quad (3.70)$$

$$\begin{pmatrix} \dot{\theta}_1 \\ \dot{\theta}_2 \\ \dot{\theta}_3 \end{pmatrix} = J^{-1} \begin{pmatrix} \theta_1 \\ \theta_2 \\ \theta_3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \dot{q}_1 \\ \dot{q}_2 \\ \dot{q}_3 \end{pmatrix}. \quad (3.71)$$

Für die inverse Jacobi-Matrix ergibt sich:

$$J^{-1} = \begin{pmatrix} \frac{\partial \theta_1}{\partial q_1} & \frac{\partial \theta_1}{\partial q_2} & \frac{\partial \theta_1}{\partial q_3} \\ \frac{\partial \theta_2}{\partial q_1} & \frac{\partial \theta_2}{\partial q_2} & \frac{\partial \theta_2}{\partial q_3} \\ \frac{\partial \theta_3}{\partial q_1} & \frac{\partial \theta_3}{\partial q_2} & \frac{\partial \theta_3}{\partial q_3} \end{pmatrix} \quad (3.72)$$

mit

$$\begin{aligned} \frac{\partial \theta_1}{\partial q_1} &= \frac{d_{11,z}}{d_{11,n}}, & (3.73) \\ d_{11,z} &= 2c_{\psi_3-q_2} \left(\frac{c_{q_1}(-c_\alpha c_\beta + c_{\psi_3-q_2} s_{q_1})(c_\beta - c_{\psi_3-q_2} s_{\alpha+q_1})}{p_1} \right. \\ &\quad \left. + s_{\alpha+q_1} (s_\alpha s_{\psi_3-q_2} - p_1) \right), \\ d_{11,n} &= (c_\beta - c_{\psi_3-q_2} s_{\alpha+q_1})^2 \left(1 + \frac{(-s_\alpha s_{\psi_3-q_2} + p_1)^2}{(c_\beta - c_{\psi_3-q_2} s_{\alpha+q_1})^2} \right), \\ p_1 &= \sqrt{-(c_\beta - c_\alpha c_{\psi_3-q_2} s_{q_1})^2 + s_\alpha^2 (c_{q_1}^2 c_{\psi_3-q_2}^2 + s_{\psi_3-q_2}^2)}, \end{aligned}$$

$$\frac{\partial \theta_1}{\partial q_2} = \frac{d_{12,z}}{d_{12,n}}, \quad (3.74)$$

$$d_{12,z} = 2 \left((c_\beta - c_{\psi_3-q_2} s_{\alpha+q_1}) \left(-c_{\psi_3-q_2} s_\alpha + \frac{s_{q_1} (-c_\alpha c_\beta + c_{\psi_3-q_2} s_{q_1}) s_{\psi_3-q_2}}{p_1} \right) + s_{\alpha+q_1} s_{\psi_3-q_2} (s_\alpha s_{\psi_3-q_2} - p_1) \right),$$

$$d_{12,n} = (c_\beta - c_{\psi_3-q_2} s_{\alpha+q_1})^2 \left(1 + \frac{(-s_\alpha s_{\psi_3-q_2} + p_1)^2}{(c_\beta - c_{\psi_3-q_2} s_{\alpha+q_1})^2} \right),$$

$$\frac{\partial \theta_1}{\partial q_3} = \frac{d_{13,z}}{d_{13,n}}, \quad (3.75)$$

$$d_{13,z} = 2 \cdot p_3 \left((c_\beta - c_{\psi_3-q_2} s_{\alpha+q_1}) \left(c_{\psi_3-q_2} s_\alpha + \frac{s_{q_1} (c_\alpha c_\beta - c_{\psi_3-q_2} s_{q_1}) s_{\psi_3-q_2}}{p_1} \right) - s_{\alpha+q_1} s_{\psi_3-q_2} (s_\alpha s_{\psi_3-q_2} - p_1) \right),$$

$$d_{13,n} = (c_\beta - c_{\psi_3-q_2} s_{\alpha+q_1})^2 \left(1 + \frac{(-s_\alpha s_{\psi_3-q_2} + p_1)^2}{(c_\beta - c_{\psi_3-q_2} s_{\alpha+q_1})^2} \right),$$

$$p_3 = -\frac{-\frac{q_3^2}{(\frac{B^2}{4} + q_3^2)^{3/2}} + \frac{1}{\sqrt{\frac{B^2}{4} + q_3^2}}}{\sqrt{1 - \frac{q_3^2}{\frac{B^2}{4} + q_3^2}}} - \frac{\frac{q_3}{\sqrt{1+L_3^2} \sqrt{\frac{B^2}{4} + q_3^2}} - \frac{q_3 (1 + \frac{B^2}{4} - L_2^2 + L_3^2 + q_3^2)}{2\sqrt{1+L_3^2} (\frac{B^2}{4} + q_3^2)^{3/2}}}{\sqrt{1 - \frac{(1 + \frac{B^2}{4} - L_2^2 + L_3^2 + q_3^2)^2}{4(1+L_3^2)(\frac{B^2}{4} + q_3^2)}}},$$

$$\frac{\partial \theta_2}{\partial q_1} = \frac{d_{21,z}}{d_{21,n}}, \quad (3.76)$$

$$d_{21,z} = - \left(c_{\psi_3+q_2} (c_\alpha^2 c_{\psi_3+q_2}^2 s_{q_1} + s_{q_1} (c_\beta^2 - c_\beta c_{q_1} c_{\psi_3+q_2} s_\alpha + s_\alpha s_{\psi_3+q_2} (-s_\alpha s_{\psi_3+q_2} + p_2)) - \frac{1}{2} c_\alpha (c_\beta (-3 + c_{2q_1}) c_{\psi_3+q_2} + 2c_{q_1} (s_\alpha - s_{\psi_3+q_2} p_2))) \right),$$

$$d_{21,n} = p_2 (c_\beta c_{q_1} c_{\psi_3+q_2} - c_{q_1}^2 c_{\psi_3+q_2}^2 s_\alpha + c_\alpha c_{q_1} c_{\psi_3+q_2}^2 s_{q_1} + s_{\psi_3+q_2} (-s_\alpha s_{\psi_3+q_2} + p_2)),$$

$$p_2 = \sqrt{-c_\beta^2 + c_{q_1}^2 c_{\psi_3+q_2}^2 s_\alpha^2 - 2c_\alpha c_\beta c_{\psi_3+q_2} s_{q_1} - c_\alpha^2 c_{\psi_3+q_2}^2 s_{q_1}^2 + s_\alpha^2 s_{\psi_3+q_2}^2},$$

$$\frac{\partial \theta_2}{\partial q_2} = \frac{d_{22,z}}{d_{22,n}}, \quad (3.77)$$

$$d_{22,z} = 2 (s_{\alpha-q_1} s_{\psi_3+q_2} (s_\alpha s_{\psi_3+q_2} - p_2) + \frac{(c_\beta - c_{\psi_3+q_2} s_{\alpha-q_1}) (c_\alpha c_\beta s_{q_1} s_{\psi_3+q_2} + c_{\psi_3+q_2} (s_{q_1}^2 s_{\psi_3+q_2} - s_\alpha p_2))}{p_2}),$$

$$d_{22,n} = (c_\beta - c_{\psi_3+q_2} s_{\alpha-q_1})^2 \left(1 + \frac{(-s_\alpha s_{\psi_3+q_2} + p_2)^2}{(c_\beta - c_{\psi_3+q_2} s_{\alpha-q_1})^2} \right),$$

$$\frac{\partial \theta_2}{\partial q_3} = \frac{d_{23,z}}{d_{23,n}}, \quad (3.78)$$

$$d_{23,z} = p_3 \left(-s_{\alpha-q_1} s_{\psi_3+q_2} (-c_{\alpha-\psi_3-q_2} + c_{\alpha+\psi_3+q_2} + 2 \cdot p_2) \right. \\ \left. + \frac{2(c_\beta - c_{\psi_3+q_2} s_{\alpha-q_1}) (c_\alpha c_\beta s_{q_1} s_{\psi_3+q_2} + c_{\psi_3+q_2} (s_{q_1}^2 s_{\psi_3+q_2} - s_\alpha p_2))}{p_2} \right),$$

$$d_{23,n} = (c_\beta - c_{\psi_3+q_2} s_{\alpha-q_1})^2 \left(1 + \frac{(-s_\alpha s_{\psi_3+q_2} + p_2)^2}{(c_\beta - c_{\psi_3+q_2} s_{\alpha-q_1})^2} \right),$$

$$\frac{\partial \theta_3}{\partial q_1} = 1, \quad (3.79)$$

$$\frac{\partial \theta_3}{\partial q_2} = 0, \quad (3.80)$$

$$\frac{\partial \theta_3}{\partial q_3} = 0. \quad (3.81)$$

OPTIMIERUNG

Inhalt des Kapitels

4.1. Gütekriterien	54
4.1.1. Implementierung	56
4.2. Verfahren 1: Optimierung mit Substitutionsfunktion	59
4.2.1. Substitutionsfunktion	59
4.2.2. Optimierungsalgorithmus	60
4.3. Verfahren 2: Optimierung durch Aufbau der Pareto-Front . . .	61
4.3.1. Gütekriterien	62
4.3.2. Optimierungsalgorithmus	62

Zur Optimierung der Parameter des Mechanismus wurden evolutionäre Strategien ausgewählt. Dabei wurden zwei unterschiedliche Ansätze verfolgt:

Verfahren 1: Optimierung mit Substitutionsfunktion: Bei dieser Methode werden die Gütewerte der einzelnen Kriterien in einer Substitutionsfunktion kombiniert. Die evolutionäre Optimierung liefert ein einziges bestes Individuum entsprechend dieser Fitnessfunktion. Die Ergebnisse variieren hierbei sehr stark, je nachdem mit welchem Gewicht die einzelnen Kriterien in die kombinierte Fitnessfunktion eingehen.

Verfahren 2: Optimierung durch Aufbau der Pareto-Front: Bei diesem Verfahren werden die Individuen nach allen Kriterien einzeln bewertet. Statt eines 'optimalen' Individuums bilden die Individuen der Pareto-Front das Ergebnis der Optimierung. Aus diesen optimalen Kompromissen zwischen den einzelnen Kriterien muss die letzte Auswahl jedoch vom Anwender getroffen werden. Die Abwägung der Bedeutung der einzelnen Kriterien ist bei diesem Verfahren viel intuitiver.

4.1. Gütekriterien

Zur Bewertung des Mechanismus mit den zugehörigen Parametern wurden mehrere Kriterien ausgewählt:

- das Übertragungsverhalten im kompletten Arbeitsraum,
- die Größe des Arbeitsraumes und
- das schlechteste Übertragungsverhalten innerhalb des Arbeitsraumes.

Das Übertragungsverhalten an einer bestimmten Stelle wird dabei durch die lokale Konditionszahl repräsentiert. Diese wird aus der inversen Jacobi-Matrix J^{-1} nach Gleichung (2.11) berechnet:

$$\zeta = \frac{\sigma_{min}(J^{-1})}{\sigma_{max}(J^{-1})}. \quad (4.1)$$

Der minimale Wert für ζ innerhalb des kompletten Arbeitsraumes bildet die minimale lokale Kondition ζ_{min} .

Es ist anzumerken, dass die Konditionszahl in diesem Fall keine klare physikalische Interpretation hat, da in der Jacobi-Matrix Rotationen und Translationen gemischt sind. Trotzdem führt die Optimierung der Kondition zur Optimierung der Übertragungsgüte [Mer06].

Zur Beurteilung der Übertragungsgüte im gesamten Arbeitsraum W dient die globale Konditionszahl

$$\eta = \frac{\int_W \zeta dW}{\int_W dW}. \quad (4.2)$$

Außerdem wurde eine gewichtete globale Konditionszahl eingeführt, in welche die lokale Kondition, abhängig von der Entfernung vom Arbeitsraumzentrum, mit unterschiedlicher Wichtung einfließt. Dadurch wird die größere Bedeutung der Stellungen in der Nähe der Nullstellung zum Ausdruck gebracht. Zur Berechnung der Entfernung wird jedoch nur die Stellung bezüglich des Gierens (q_1) und des Nickens (q_2) betrachtet. Die Translation fließt nicht in die Berechnung der Entfernung vom Arbeitsraumzentrum ein, da keine Aussage über die Wichtigkeit einer Stellung vom Schub abgeleitet werden soll:

$$\begin{aligned} g(q_1, q_2) &= g_{q_1} \cdot g_{q_2} \\ &= \left((1 - G_1) + G_1 * e^{-G_2 * \left(\frac{q_1}{q_{1,max}}\right)^2} \right) \cdot \left((1 - G_1) + G_1 * e^{-G_2 * \left(\frac{q_2}{q_{2,max}}\right)^2} \right). \end{aligned} \quad (4.3)$$

Die Variablen G_1 und G_2 geben dabei die Mindestwichtung und die Breite der Verteilung an. Für die durchgeführten Berechnungen wurden sie auf $G_1 = 0,8$ und $G_2 = 5$ festgelegt. Die resultierende Wichtung ist in Abbildung 4.1 in Abhängigkeit von q_1 und q_2 dargestellt. So fällt die resultierende Gewichtung bei vom Zentrum abweichenden Stellungen nicht zu

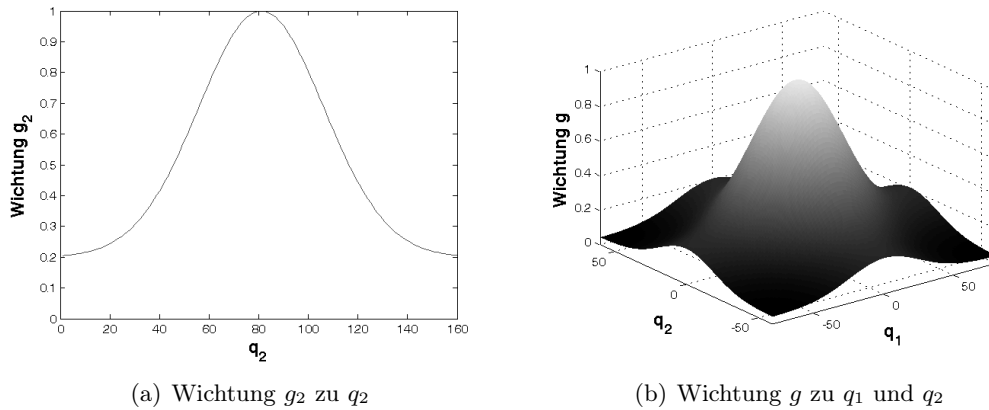


Abbildung 4.1.: Wichtung der lokalen Kondition

schnell ab. Außerdem wird in den Maximalstellungen immer noch eine Wichtung von 0,2 geboten, so dass die 'unwichtigsten' Stellungen zumindest einen geringen Einfluss haben. Diese Gewichtung spiegelt die intuitive Bedeutung der Kopfstellungen gut wider. Die maximalen Werte für q_1 und q_2 sind mit $q_{1,max} = 80^\circ$ und $q_{2,max} = 60^\circ$ aus den Anforderungen an den Arbeitsraum gegeben. Damit ergibt sich die neue gewichtete globale Konditionszahl

$$\eta_{gewichtet} = \frac{\int_W (g(q_1, q_2) \cdot \zeta) dW}{\int_W dW}. \quad (4.4)$$

Die Größe des Arbeitsraumes ist in beiden rotatorischen Freiheitsgraden entsprechend der Anforderungen festgelegt. Die Bewertung wird daher nur noch durch die Länge der erreichbaren Translation $q_{3,Länge}$ beeinflusst. Die minimal und maximal erreichbaren Stellungen für q_3 (siehe Abbildung 4.2 und 4.3) ergeben sich direkt aus den Parametern L_2 , L_3 und B nach folgenden Formeln:

$$q_{3,min} = \begin{cases} \sqrt{1 - (L_2 + \frac{B}{2})^2} & \text{falls } 1 > L_2 + \frac{B}{2} \\ \sqrt{L_2^2 - \frac{B^2}{4}} - 1 & \text{ansonsten falls } L_2 > \frac{B}{2} \\ -\sqrt{1 - (\frac{B}{2} - L_2)^2} & \text{ansonsten,} \end{cases} \quad (4.5)$$

$$q_{3,max} = \sqrt{(L_2 + 1)^2 - \frac{B^2}{4}}. \quad (4.6)$$

Um einen 'Sicherheitsabstand' von den Endstellungen des Schubmechanismus zu erhalten, werden die ermittelten Werte $q_{3,max}$ und $q_{3,min}$ um 0.1 verringert bzw. erhöht. Außerdem

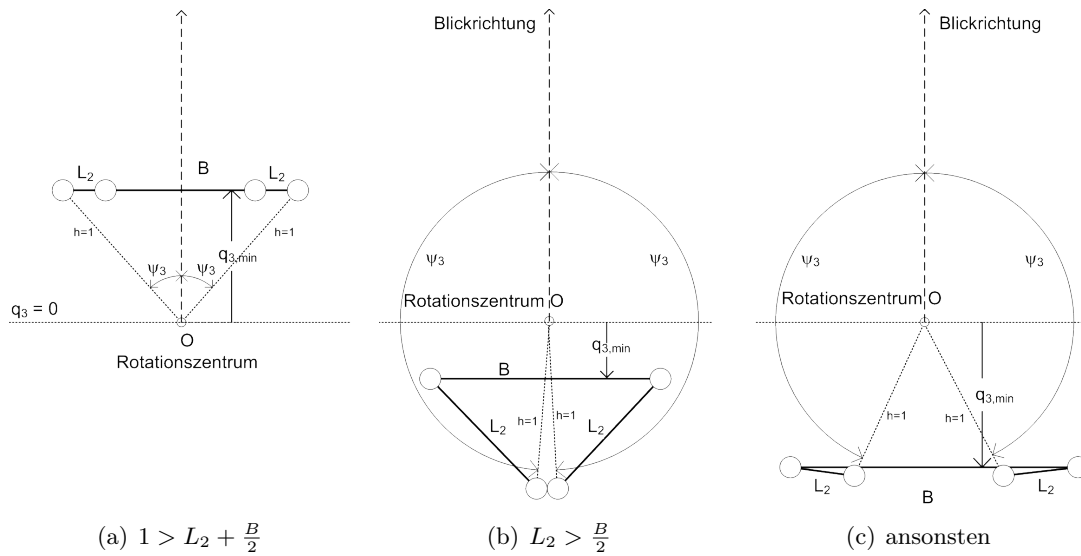


Abbildung 4.2.: Die Berechnung der minimalen Stellung des Schubes $q_{3,min}$ des Schubmechanismus erfolgt je nach Verhältnis von h , L_2 und B zueinander unterschiedlich. Die verschiedenen Möglichkeiten sind in (a), (b) und (c) aufgeführt. Die Fallunterscheidung zur Berechnung von $q_{3,min}$ enthält dementsprechend auch drei Fälle (siehe Gleichung (4.5)).

sollen für den Arbeitsraum lediglich positive Werte für q_3 zugelassen werden, da die Formel zur Berechnung von ψ_3 (Gleichung (3.38) und (3.45) - (3.48)) nur in diesem Bereich zutrifft:

$$q_{3,min} = \begin{cases} q_{3,min} + 0,1 & \text{falls } q_{3,min} + 0,1 > 0 \\ 0 & \text{sonst,} \end{cases} \quad (4.7)$$

$$q_{3,max} = q_{3,max} - 0,1. \quad (4.8)$$

Die maximale zulässige Translation ergibt sich aus

$$q_{3,Länge} = q_{3,max} - q_{3,min}. \quad (4.9)$$

4.1.1. Implementierung

Zur Berechnung der einzelnen Gütekriterien wurde eine Fitnessfunktion implementiert. Als Eingangsparameter werden die Modellparameter α , β , L_2 , L_3 und B übergeben. Die Fitnessfunktion liefert allerdings nicht wie üblich nur einen Fitnesswert, sondern alle Gütewerte der einzelnen Gütekriterien. Die verschiedenen Gütewerte werden in Verfahren 1 und 2 unterschiedlich weiterverwendet.

Die Schublänge $q_{3,Länge}$ kann direkt nach Gleichung (4.9) berechnet werden.

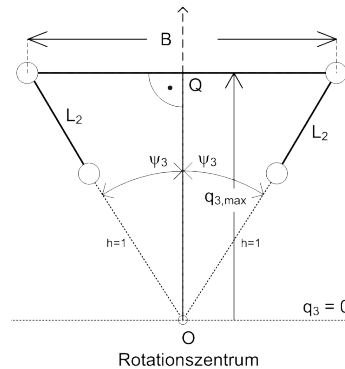


Abbildung 4.3.: Der Schubmechanismus erreicht die Stellung mit maximalem $q_3 = q_{3,max}$, wenn h und L_2 eine Linie bilden. Die daraus resultierende Formel ist in Gleichung (4.6) angegeben.

Der Arbeitsraum besitzt drei Dimensionen gemäß der Freiheitsgrade des Endeffektors. Für das Gieren und das Nicken sind die Grenzen des Arbeitsraumes mit $\pm 80^\circ$ und $\pm 60^\circ$ vorgegeben. Nach Gleichung (4.7) und (4.8) ergeben sich mit $q_{3,min}$ und $q_{3,max}$ die Grenzen bezüglich der Vor-/Rücktranslation.

Für die Bestimmung der globalen Kondition η , der minimalen lokalen Kondition ζ_{min} und der gewichteten globalen Kondition $\eta_{gewichtet}$ muss der komplette Arbeitsraum untersucht werden. Hierzu wird der Arbeitsraum mit vorgegebenen Schrittweiten abgetastet und bewertet. Diese Schrittweiten werden ebenfalls als Eingangsparameter an die Fitnessfunktion übergeben. Sie geben den Abstand zwischen zwei Abtastpunkten in der jeweiligen Dimension an. Ein Beispiel für die Verteilung der Abtastpunkte im Arbeitsraum ist in Abbildungen 4.4 und 4.5 zu sehen.

Aufgrund des symmetrischen Aufbaus des Mechanismus existiert auch eine Symmetrie bei den Konditionszahlen. Da $\zeta(q_1, q_2, q_3) = \zeta(-q_1, -q_2, q_3)$ gilt, muss lediglich eine Hälfte des Arbeitsraumes bewertet werden.

An jedem Abtastpunkt wird die inverse Jacobi-Matrix J^{-1} berechnet. Aus ihr kann die lokale Konditionszahl ζ nach Gleichung (4.1) bestimmt werden. Die minimale lokale Kondition im kompletten Arbeitsraum ζ_{min} lässt sich leicht ermitteln. Aus Gleichung (4.2) für die globale Kondition erhält man bei insgesamt n Abtastpunkten

$$\eta = \frac{\sum_W \zeta}{n} \quad (4.10)$$

und entsprechend für die gewichtete globale Konditionszahl

$$\eta_{gewichtet} = \frac{\sum_W (g(q_1, q_2) \cdot \zeta)}{n}. \quad (4.11)$$

Durch unterschiedliche Wahl der Schrittweiten kann das Verhältnis zwischen Laufzeit und Genauigkeit der Bewertung variiert werden. So kann mit Hilfe von größeren Schrittweiten eine verkürzte Laufzeit auf Kosten einer ungenaueren Bewertung erzielt werden.

Dabei ist die minimale lokale Kondition ζ_{min} am anfälligsten für eine Veränderung der Schrittweiten. Hier können leicht schlechtere lokale Konditionen zwischen zwei zu weit

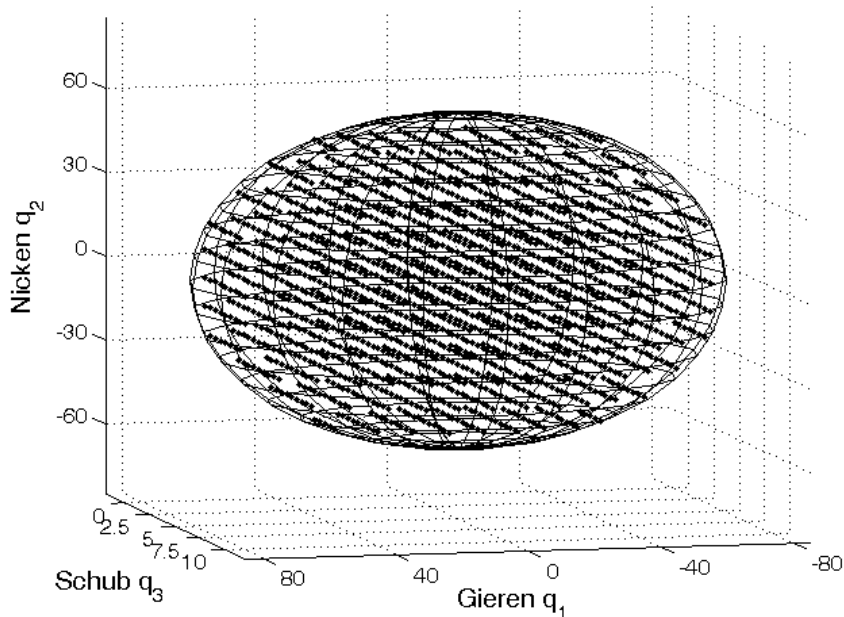


Abbildung 4.4.: Abtastung des Arbeitsraumes (Ellipsoid) mit vorgegebener Schrittweite. Abtastpunkte sind jeweils durch schwarze Punkte symbolisiert.

auseinander liegenden Abtastpunkten verpasst werden. Bei den Durchschnittswerten der globalen und gewichteten globalen Kondition ist der Effekt dagegen eher gering.

Der Arbeitsraum des Manipulators sollte frei von Singularitäten sein. Aufgrund der diskreten Abtastung des Arbeitsraumes ist die Wahrscheinlichkeit, eine singuläre Stellung genau zu treffen, jedoch relativ gering. Da die lokale Kondition in der Nähe von Singularitäten bereits stark abnimmt, reicht jedoch eine Schwellwertüberprüfung aller Mechanismen. Es werden alle Individuen direkt verworfen, in deren Arbeitsraum lokale Konditionen unterhalb eines definierten Grenzwertes von 0,1 auftreten. Sie bekommen einen Gütewert von 0 zugewiesen.

In der Implementierung wurden die Gleichungen (3.73) bis (3.81) aus Abschnitt 3.3.3 zur Berechnung der Jacobi-Matrix verwendet. Zur Behandlung der erwähnten Divisionen durch Null wurde der Grenzwert der entsprechenden Stellungen mit Hilfe der *Regel von l'Hopital* bestimmt. Dies führte jedoch zu keiner verwendbaren Lösung. Wie in Abschnitt 3.3.3 beschrieben, handelt es sich hierbei nicht um singuläre Stellungen und die partiellen Ableitungen können mit den alternativen Formeln bestimmt werden. Da hier jedoch durch den Arcus-Tangens und das \pm jeweils vier unterschiedliche Lösungen geliefert werden und die Ermittlung der korrekten Lösung aufwändig ist, wird der entsprechende Wert mit Hilfe des Mittelwertes von um $\pm\epsilon$ verschobenen Stellungen mit den ursprünglichen Formeln ermittelt. Die Ergebnisse decken sich mit den Ergebnissen der alternativen Formeln. In der genutzten Version werden die Einträge der Jacobi-Matrix mit Hilfe von zentralen Differenzenquotienten unter Verwendung von Gleichung (3.60) und (3.67) berechnet. Hierdurch wurde das Abfangen der Divisionen durch Null auf zwei Stellen reduziert.

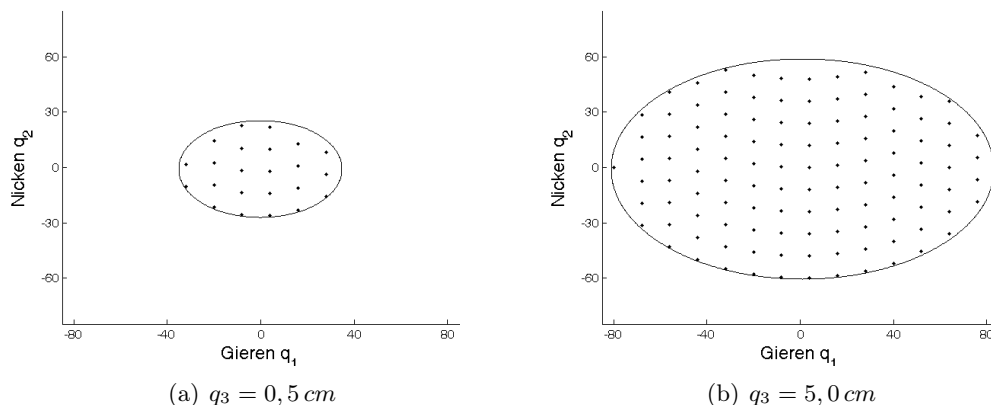


Abbildung 4.5.: Zur Bewertung des Arbeitsraumes wird der Arbeitsraum mit vorgegebener Schrittweite abgetastet und bewertet. Die Verteilung der Abtastpunkte ist für eine Schrittweite von 12° anhand von zwei Schnitten durch den Arbeitsraum dargestellt. Die Abtastpunkte werden so gesetzt, dass der erste Abtastpunkt auf den Rand des Ellipsoids trifft. So wird seine Form am besten angenähert. Dadurch wird der gegenüberliegende Rand (bezüglich q_2) ungenauer angenähert. Da jedoch eine Symmetrie der lokalen Kondition vorliegt, entsprechen die dortigen Werte den Werten am gut angenäherten Rand.

4.2. Verfahren 1: Optimierung mit Substitutionsfunktion

Bei diesem Verfahren werden evolutionäre Strategien nach Adamy [Ada05] zur Optimierung eingesetzt. Um mehrere Kriterien bei der Bewertung nutzen zu können, werden die verschiedenen Gütekriterien in einer Substitutionsfunktion zusammengefasst. Sie fließen mit unterschiedlichen Wichtungen in den Fitnesswert ein. Die Optimierung bricht ab, sobald über mehrere Generationen keine ausreichend starke Verbesserung erzielt werden kann. Ein einziges Individuum wird als bestes Individuum als Ergebnis erzielt.

4.2.1. Substitutionsfunktion

Um die vier Gütekriterien aus Abschnitt 4.1 in einer einzigen Fitness- oder Substitutionsfunktion zusammenzufassen, werden die unterschiedlichen Kriterien mit den Faktoren a_1, \dots, a_4 gewichtet und aufsummiert:

$$f(\alpha, \beta, L_2, L_3, B) = a_1 * \eta + a_2 * q_{3,Länge} + a_3 * \zeta_{min} + a_4 * \eta_{gewichtet}. \quad (4.12)$$

In dieser Fitnessfunktion sind sowohl globale Kondition als auch gewichtete globale Kondition vorhanden. Werden beide zusammen eingebracht, so hat dies den gleichen Effekt, als ob die Mindestwichtung G_1 angehoben und nur die gewichtete globale Kondition eingebracht worden wäre.

Für die Ergebnisse der Optimierung ist die richtige Wahl der Fitnessfunktion von großer Bedeutung. Um sicherzustellen, dass ein hoher Wert der Fitnessfunktion auch gute Eigen-

schaften der ausgewählten Kriterien bedeutet, wurden Optimierungen mit unterschiedlichen Kombinationen der Parameter a_i durchgeführt. Die Ergebnisse der Optimierungsläufe wurden begutachtet und die Parameter für weitere Optimierungsläufe angepasst.

4.2.2. Optimierungsalgorithmus

Zur Optimierung mit Hilfe von evolutionären Strategien nach wurde eine existierende Implementierung in Matlab verwendet [Lan04]. Diese führt eine evolutionäre Optimierung nach dem in Abschnitt 2.3.7 erläuterten Verfahren durch. Die Implementierung musste, abgesehen von der Implementierung der Fitnessfunktion, nur geringfügig angepasst werden.

Evolutionäre Strategien werden durch die Festlegung einiger Parameter auf das Optimierungsproblem angepasst. Die richtige Wahl dieser Parameter entscheidet, ob und wie schnell das Verfahren konvergiert. Ebenso entscheidet die richtige Wahl, ob das globale Minimum/Maximum gefunden wird oder ob das Verfahren in lokalen Minima/Maxima steckenbleibt.

Daher wurden Optimierungen mit unterschiedlichen Parametern durchgeführt, um deren Effekt auf die Optimierung zu beobachten.

Zu den benötigten Parametern gehören:

- die Mutationskonstanten τ_0 und τ_1 ,
- die anfänglichen Mutationsweiten jeden Modellparameters,
- die Start- und Wertebereiche der Modellparameter,
- die Anzahl der erzeugten Eltern $numEltern_i$ für einen Modellparameter i und
- die Anzahl an Nachkommen k pro Individuum der Elternpopulation.

Die Mutationskonstanten τ_0 und τ_1 dienen global für den ganzen Algorithmus als Faktoren für die Weite der Mutationen (vgl. Adamy [Ada05]).

Durch die Start- und Wertebereiche der Modellparameter α , β , L_2 und B werden die zulässigen Wertebereiche für die Generierung der initialen Elternpopulation und für die Mutation und Rekombination im Verlauf der Optimierung definiert. Durch die Versuche im Rahmen der Topologiesynthese konnten hier geeignete Werte für die zulässigen Wertebereiche und die Startbereiche der zu optimierenden Parameter intuitiv festgelegt werden. Die Wertebereiche wurden so festgelegt, dass mit den entsprechenden Parametern noch funktionierende und brauchbare Mechanismen erzeugt werden konnten. Die Startbereiche wurden auf den Kernbereich begrenzt, in welchem die besten Mechanismen gefunden worden waren. Die ausgewählten Parameter sind in Tabelle 4.1 und 4.2 angegeben.

Parameter	Minimum	Maximum
α	50	120
β	50	120
L_2	0	6
B	0	6

Tabelle 4.1.: Gültige Wertebereiche der zu optimierenden Parameter

Parameter	Minimum	Maximum
α	60	92
β	60	94
L_2	0,5	4
B	0	4

Tabelle 4.2.: Bereiche für Verteilung der Anfangspopulation

Für die Generierung der Anfangspopulation wurde eine vorgegebene Anzahl $numEltern_i$ von Individuen innerhalb des Startbereiches für jeden Parameter i verteilt. Die Größe der Elternpopulation entspricht dann $\mu = \prod numEltern_i$ Individuen.

Je Generation werden pro Elter eine festgelegte Anzahl k Kinder erzeugt, die ebenfalls festgelegt werden muss. Bei der Reproduktion wird durch diskrete Rekombination jeweils nur von einem der Eltern der Wert eines Parameters an das Kind vererbt. Zusätzlich werden die Mutationsweiten der Individuen vererbt. Hier wird die intermediäre Rekombination verwendet, d. h. das Mittel der Werte beider Eltern wird vererbt. Durch die Vererbung der Mutationsweiten wird das Verfahren selbstadaptiv, da die Schrittweiten der Mutation für jeden Parameter ebenfalls optimiert werden.

Die Population der Nachkommen enthält

$$\lambda = k \cdot \prod numEltern_i \quad (4.13)$$

Individuen und die entstandene Population aus Eltern und Kindern besteht aus $\lambda + \mu$ Individuen. Diese werden mit der Fitnessfunktion bewertet und die Elternpopulation der nächsten Generation wird von den besten $\prod numEltern_i$ Individuen gebildet.

Das Verfahren bricht ab, sobald der Unterschied zwischen der Fitness des besten und des schlechtesten Individuums der Elternpopulation über mehrere Generationen unter einen festzulegenden Schwellwert fällt. Die Optimierung liefert ein einziges als optimal bestimmtes Individuum.

4.3. Verfahren 2: Optimierung durch Aufbau der Pareto-Front

Zur Ermittlung der Pareto-Front wird der Algorithmus NSGA-II nach Deb et al. [DAPM00, DPAM02] verwendet. Dieser benutzt genetische Algorithmen statt evolutionärer Strategien, um die Pareto-Front zu bestimmen. Als Ergebnis wird kein einzelnes optimales Individuum geliefert, sondern eine Menge optimaler Kompromisse. Kirchner [Kir01] schlägt ein ähnliches Verfahren zur mehrkriteriellen Optimierung von Parallelkinematiken vor.

Ein weiterer Unterschied zu Verfahren 1 besteht in der Anpassung der Kriterien. Denn die Maximierung der Schublänge bei Verfahren 1 erweist sich als problematisch, da die Schublänge mit zunehmenden Parametern L_2 und B wächst. Dies hat zur Folge, dass die tatsächlichen Bauteillängen \tilde{h} , \tilde{L}_2 und \tilde{B} der gefundenen Individuen zu groß werden.

4.3.1. Gütekriterien

Für diese Optimierung werden von den Gütekriterien aus Abschnitt 4.1 sowohl die *globale Kondition* η als auch die *minimale lokale Kondition* ζ_{min} übernommen. Die *Schublänge* $q_{3,Länge}$ wird als Kriterium verworfen. Sie wird zwar weiterhin nach dem beschriebenen Verfahren berechnet, wird aber nicht mehr als direktes Kriterium verwendet. Zusammen mit der gewünschten maximalen Schublänge von 10 cm aus den Anforderungen (Abschnitt 3.2) ergibt sich der Skalierungsfaktor S zur Ermittlung der tatsächlich nötigen Bauteillängen:

$$S = \frac{\text{Anforderung an } q_{3,Länge}}{q_{3,Länge}} = \frac{10 \text{ cm}}{q_{3,Länge}}. \quad (4.14)$$

Durch die Skalierung ergeben sich die benötigten Bauteillängen mit:

$$\tilde{h} = h \cdot S, \quad (4.15)$$

$$\tilde{L}_2 = L_2 \cdot S, \quad (4.16)$$

$$\tilde{B} = B \cdot S. \quad (4.17)$$

Anstatt die Schublänge $q_{3,Länge}$ zu maximieren, werden die Längen der Bauteile \tilde{h} , \tilde{L}_2 und \tilde{B} für die fest vorgegebene Schublänge minimiert.

Außerdem werden die Kriterien nicht zu einer Substitutionsfunktion zusammengefasst.

Für die Optimierung werden also die globale Kondition η und die minimale lokale Kondition ζ_{min} maximiert sowie die Bauteilgrößen \tilde{h} , \tilde{L}_2 und \tilde{B} minimiert.

4.3.2. Optimierungsalgorithmus

Für die Optimierung wird eine Implementierung [Ses06] des Algorithmus NSGA-II verwendet. Dieser ermittelt die Pareto-Front bezüglich der Gütekriterien. Die Implementierung musste geringfügig verändert werden, um sie an die unterschiedlichen Kriterien und Parameter mit ihren Wertebereichen anzupassen. So unterstützte die ursprüngliche Implementierung ausschließlich die Minimierung von Kriterien und musste daher angepasst werden, so dass für jedes Kriterium entweder Minimierung oder Maximierung gewählt werden kann. Außerdem wurde die Verwendung von definierbaren Wertebereichen, statt fixem Bereich von 0 bis 1, für die unterschiedlichen zu optimierenden Parameter implementiert. Ebenso können nun unterschiedliche Mutations- und Cross-Over-Konstanten für jeden zu optimierenden Parameter einzeln festgelegt werden.

Die Individuen der Pareto-Front werden mit Hilfe eines genetischen Algorithmus bestimmt. Im Unterschied zu den evolutionären Strategien aus Verfahren 1 ist hier die Rekombination von größerer Bedeutung als die Mutation. So wird bei der Reproduktion eines Nachkommen entweder nur die Rekombination (zu 90%) oder nur die Mutation (zu 10%) durchgeführt. Bei der Rekombination wird eine Interpolation der Parameter beider Eltern vorgenommen. Der Grad der Interpolation und die Mutationsweiten werden beim Start der Optimierung durch Mutations- und Cross-Over-Konstanten η_m und η_c festgelegt. Im Gegensatz zu Verfahren 1 bleiben diese Werte jedoch im kompletten Verlauf der Optimierung fest und der Algorithmus ist nicht selbstadaptiv.

Ein weiterer Unterschied besteht in einer maximalen Anzahl von zwei Nachkommen pro Elter statt wie bei Verfahren 1 einer beliebig definierbaren Anzahl k . Durch die niedrigere Anzahl an Nachkommen ist möglich eine größere Elternpopulation zu verwenden und damit eine dichter besetzte Pareto-Front zu erhalten.

Der größte Unterschied zu Verfahren 1 besteht im Fehlen der Substitutionsfunktion. Statt einem Individuum bei der Bewertung einen einzigen Fitnesswert zuzuweisen, in welchen alle Kriterien einfließen, werden die einzelnen Gütewerte aller Kriterien für das Individuum gespeichert. Entsprechend sind die Individuen schwierig nach ihrer Güte zu ordnen. Daher wird hier eine Sortierung verwendet, die auf Nicht-Dominierung beruht (Englisch: *non-dominated sort*). Ein Individuum wird von einem anderen dominiert, wenn dieses in allen Gütekriterien bessere Werte besitzt. In Abbildung 4.6 ist ein Beispiel zu sehen. Jedes Individuum, welches nicht dominiert wird, erhält Rang 1. Nachdem alle Individuen mit Rang 1 bestimmt wurden, wird das Verfahren auf die verbleibenden Individuen ohne Rang erneut angewendet. Die verbleibende Population der Individuen ohne bisherige Rangzuweisung wird erneut untersucht und den nun nicht dominierten Individuen wird Rang 2 zugewiesen. Dieser Vorgang wird so lange wiederholt, bis allen Individuen ein Rang zugeordnet wurde. Der Rang spiegelt also wieder, wie weit das Individuum von der aktuellen Pareto-Front entfernt ist (siehe Abbildung 4.7).

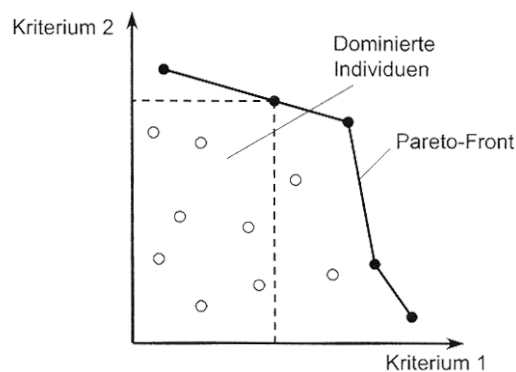


Abbildung 4.6.: Ein Individuum wird dominiert, wenn es in allen Kriterien schlechter ist als ein anderes Individuum. Im Falle von zwei Kriterien dominiert ein Individuum alle anderen Individuen, die sowohl links als auch unterhalb von ihm liegen. [Hil99]

Um zwischen Individuen mit gleichem Rang entscheiden zu können, wird noch zusätzlich die sogenannte *crowding-distance*, der Abstand des Individuums zu seinen Nachbarn, berechnet. Je näher ein Individuum zu anderen Individuen ist, desto schlechter wird es bewertet. So werden Individuen in schwach besetzten Gebieten der Pareto-Front den Individuen aus dicht besetzten Gebieten vorgezogen. Hierdurch soll erreicht werden, dass die Individuen gleichmäßiger über die gesamte Pareto-Front verteilt sind.

Die Selektion der Individuen für die neue Elternpopulation wird mit Hilfe von Turnierselektion aus der Population der Nachkommen und der alten Elternpopulation erzeugt. Dazu werden zufällig zwei Individuen ausgewählt und ihr Rang wird verglichen. Bei gleichem Rang wird ihre *crowding-distance* verglichen. Das bessere Individuum wird in die Elternpopulation aufgenommen.

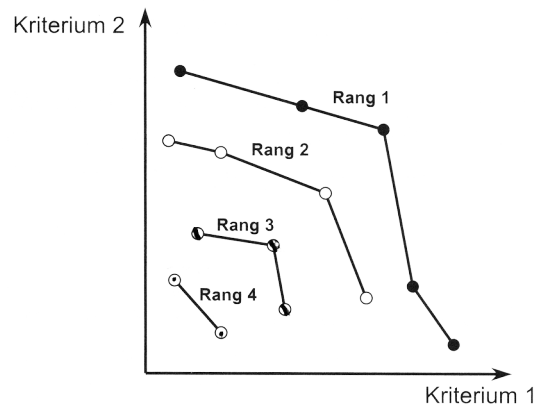


Abbildung 4.7.: Beispiel der Ränge von Individuen: Alle Individuen der Pareto-Front erhalten Rang 1, da sie nicht dominiert werden. Alle Individuen, die nur durch Individuen mit Rang 1 dominiert werden, erhalten Rang 2. Usw. ... [Hil99]

Wie bei den evolutionären Strategien aus Verfahren 1 müssen Wertebereiche für die zu optimierenden Parameter festgelegt werden. Diese wurden entsprechend den Wertebereichen aus Verfahren 1 festgelegt (siehe Tabelle 4.1). Die Wertebereiche bilden hier gleichzeitig auch die Startbereiche für die Generierung der Elternpopulation. Für jeden zu optimierenden Parameter werden außerdem die Mutations- und Cross-Over-Konstanten η_m und η_c definiert.

Die Optimierung erzeugt beim Start eine vorgegebene Anzahl Individuen. In jeder Generation wird die Elternpopulation reproduziert. Für die Population der Nachkommen werden die Gütewerte der einzelnen Kriterien mit Hilfe der Fitnessfunktion bestimmt. Die neue Population aus Eltern und Nachkommen wird auf Nicht-Dominanz und bezüglich der *crowding-distance* bewertet. Durch Turnierselktion werden die Individuen der neuen Elternpopulation bestimmt. Die Optimierung stoppt nach einer definierten Anzahl Generationen. Das Ergebnis besteht aus der Pareto-Front. Die enthaltenen Individuen sind jeweils Kompromisse zwischen den Kriterien. Die Auswahl des richtigen Kompromisses muss durch den Anwender getroffen werden.

EVALUIERUNG

Inhalt des Kapitels

5.1. Ergebnisse	65
5.1.1. Verfahren 1: Optimierung mit Substitutionsfunktion	65
5.1.2. Verfahren 2: Optimierung durch Aufbau der Pareto-Front	67
5.2. Bewertung	72

5.1. Ergebnisse

Die Durchführung der Optimierungen mit beiden Verfahren liefert jeweils unterschiedliche Mechanismen bzw. deren Parameter als Ergebnis. Sie werden in den nachfolgenden Abschnitten dargestellt. Anschließend erfolgt eine Bewertung und die manuelle Auswahl des 'besten' Mechanismus aus den Ergebnissen der Optimierungsläufe.

5.1.1. Verfahren 1: Optimierung mit Substitutionsfunktion

Die Optimierung mit Verfahren 1 erweist sich als schwierig, da die richtige Wahl der Substitutionsfunktion mit den Wichtungen a_1, \dots, a_4 nicht besonders intuitiv ist. Es wurden ca. 90 Optimierungsläufe mit unterschiedlichen Optimierungsparametern durchgeführt. Außerdem mussten einige Optimierungen wegen eines Fehlers in der Fitnessfunktion wiederholt werden.

Bei den Optimierungsläufen zeigte sich, dass eine Anzahl der Nachkommen pro Elter k mit Werten > 5 , entgegen den sonst üblichen 7 Stück, keine Verbesserung der Ergebnisse bewirken. Ebenso haben sich die Werte in Tabelle 5.1 für die Anzahl der Eltern je Parameter bewährt. Eine Erhöhung der Anzahl der Eltern brachte keine nennenswerten Änderungen der Ergebnisse, eine Senkung der Anzahl der Eltern führte jedoch zu schlechteren Ergebnissen.

	α	β	L_2	B
<i>numEltern</i>	4	4	2	2

Tabelle 5.1.: Die angegebenen Parameter für die Anzahl der Eltern je zu optimierendem Parameter haben sich bewährt. Sie sind klein genug, so dass die Optimierung schnell bleibt und groß genug, um gute Ergebnisse zu bekommen.

Bei einer Wahl von 0,25 für alle Startmutationsweiten konvergierte das System stets. Eine höhere oder niedrigere Wahl wird hier durch die Selbstadaption der Mutationsweiten zum Teil ausgeglichen. Eine niedrige Wahl der Mutationskonstanten τ_0 und τ_1 um $< 0,4$ hat eine Erhöhung der Anzahl der benötigten Generationen zur Folge. Bei einer Erhöhung der Mutationskonstanten konnte dagegen weder eine Verringerung der Anzahl der benötigten Generationen noch starke Veränderung der Ergebnisse beobachtet werden.

Daher wurden bei einem Großteil der durchgeführten Optimierungen die beiden Mutationskonstanten auf $\tau_0 = \tau_1 = 0,8$ und die Startmutationsweiten auf 0,25 festgelegt. Zum Erreichen des Abbruchkriteriums wurde eine durchschnittliche Anzahl von 22 Generationen benötigt.

Die minimalen und maximalen Werte der optimierten Parameter sind in Tabelle 5.2 angegeben. Besonders auffällig ist, dass bei allen Ergebnissen α stets sehr dicht bei 90° liegt. Außerdem sind für B kaum kleine Werte gewählt worden.

Nr.	α	β	L_2	B	\tilde{h}	\tilde{L}_2	\tilde{B}
Minimaler Wert	$88,90^\circ$	$89,33^\circ$	0,52	1,44	4,17 cm	5,69 cm	7,81 cm
Maximaler Wert	$90,81^\circ$	$102,00^\circ$	2,44	4,00	10,94 cm	11,23 cm	22,75 cm

Tabelle 5.2.: Die Wertbereiche für die optimierten Parameter über die Optimierungsläufe sind mit den minimal und maximal erzielten Werten für jeden optimierten Parameter angegeben.

Im Allgemeinen treten für alle Ergebnisse der Optimierung mit Verfahren 1 sehr große tatsächliche Bauteilgrößen \tilde{h} , \tilde{L}_2 und \tilde{B} auf. Dies liegt an der Wahl der Kriterien, die zur Bewertung des Mechanismus genutzt werden. Denn obwohl die Größen von L_2 und B bzw. von \tilde{L}_2 und \tilde{B} für den benötigten Bauraum entscheidend sind, fließen sie nicht in die Substitutionsfunktion ein. So können sie ohne Bestrafung vergrößert werden, um die globale Kondition (z. B. bei Individuen 1, 7 und 8), die minimale lokale Kondition (z. B. bei Individuen 3 und 6) oder die Schublänge (z. B. bei Individuum 2) zu verbessern.

Eine Anpassung der Kriterien, um eine Bestrafung durch zu große Bauteilgrößen zu erzielen, wurde in Verfahren 2 durchgeführt. Mangels Zeit konnten die angepassten Kriterien nicht mehr für Optimierungsläufe mit Verfahren 1 eingesetzt werden.

Außerdem sieht man, dass ein Kriterium leicht durch ein anderes dominiert werden kann. So wird bei den Individuen 3 und 6 die minimale lokale Kondition auf Kosten der Schublänge maximiert. In umgekehrter Richtung tritt dies bei den Individuen 2 und 5 auf.

Aus allen Optimierungsläufen wurden einige repräsentative Ergebnisse ausgewählt und sind in Tabelle 5.3 dargestellt. Die ausgewählten Individuen repräsentieren jeweils eine Gruppe von ähnlichen Optimierungsergebnissen. Die dazugehörigen Wichtungen sind in Tabelle 5.4 aufgelistet.

Einzig Individuum 4 und Individuum 5 weisen ein relativ ausgeglichenes Verhältnis zwischen den Kriterien auf. Auch hier ist leider beide Male ein Bauteil mit $\tilde{B} = 9,2\text{ cm}$ und $\tilde{B} = 13,9\text{ cm}$ relativ groß. Jedoch sind sie die geeignetsten Individuen der Optimierung mit Verfahren 1 und werden als Lösung 1 und 2 in Abschnitt 5.2 mit den Ergebnissen aus Verfahren 2 verglichen.

Nr.	α	β	L_2	B	η	$q_{3,L\ddot{a}nge}$	ζ_{min}	η_{gew}	\tilde{h}	\tilde{L}_2	\tilde{B}
1	90,69	91,20	0,87	2,22	0,65	1,31	0,31	0,26	7,62	6,63	16,92
2	89,12	101,80	2,35	4,27	0,61	2,39	0,18	0,25	4,18	9,83	17,87
3	90,02	89,48	0,61	2,09	0,66	1,02	0,34	0,26	9,76	5,95	20,40
4	90,70	92,23	1,19	1,68	0,60	1,83	0,31	0,24	5,48	6,52	9,20
5	89,14	96,70	1,80	3,00	0,62	2,16	0,22	0,25	4,62	8,32	13,86
6	89,98	89,99	0,62	2,03	0,65	1,07	0,34	0,26	9,35	5,80	18,97
7	90,00	90,30	0,54	2,10	0,66	0,92	0,31	0,26	10,83	5,85	22,75
8	89,95	89,95	0,52	2,07	0,66	0,91	0,31	0,26	10,94	5,69	22,65

Tabelle 5.3.: Ausgewählte Ergebnisse der Optimierung nach Verfahren 1 repräsentieren meist Gruppen mit ähnlichen Ergebnissen der Optimierung. Sie sind mit ihren Parametern, den resultierenden Bauteilgrößen und Gütewerten angegeben. Die dazugehörigen Wichtungen sind in Tabelle 5.4 zu finden.

Nr.	a_1	a_2	a_3	a_4	Generationen
1	1,00	0,05	0,30	2,00	21
2	1,00	0,20	0,20	2,00	24
3	1,00	0,05	0,50	2,00	20
4	1,00	0,30	2,00	2,00	18
5	1,00	0,10	0,30	2,00	21
6	1,00	0,10	2,50	2,00	25
7	0,00	0,00	0,00	1,00	24
8	1,00	0,00	0,00	0,00	20

Tabelle 5.4.: Die Wichtungen der Substitutionsfunktion sowie die benötigte Anzahl Generationen bis zum Erreichen einer Abbruchbedingung gehören zu den Individuen aus Tabelle 5.3.

5.1.2. Verfahren 2: Optimierung durch Aufbau der Pareto-Front

Bei Verfahren 2 wird die Pareto-Front durch den Optimierungsalgorithmus aufgebaut. Die Auswahl des optimalen Individuums wird jedoch in einem abschließenden Schritt manuell durchgeführt. Bei dieser Auswahl wird nur ein Teil der Pareto-Front betrachtet, in welchem die Werte bezüglich aller Kriterien zumindest akzeptabel sind. Damit dieser Ausschnitt der Pareto-Front immer noch dicht genug mit Individuen besetzt ist, sollte die Populationsgröße entsprechend groß sein.

Der Optimierungsalgorithmus wurde mit unterschiedlichen Populationsgrößen gestartet. Dabei erwies sich eine Größe von 1000 Individuen als zu klein, da die Pareto-Front nur sehr spärlich und ungleichmäßig besetzt war. Bei einer Größe von 10000 Individuen wurde die Dauer zur Berechnung einer Generation zu lang. Daher wurden mehrere Optimierungsläufe mit Populationen zwischen 2000 und 4000 Individuen gleichzeitig auf verschiedenen Rechnern gestartet. Nach je 400 Generationen wurden die Populationen zusammengefügt. Innerhalb jeder einzelnen Population waren nur Individuen der Pareto-Front enthalten. Diese Individuen waren innerhalb ihrer 'kleinen' Population von keinem anderen Individuum dominiert worden. Nach dem Zusammenfügen musste die Nicht-Dominierung aller Individuen neu geprüft werden und dominierte Individuen entfernt werden. Die Neu-

berechnung der Pareto-Front wurde durch das Starten der Optimierung mit der großen Population erreicht. Da lediglich dominierte Individuen durch nicht dominierte Individuen ersetzt werden sollten, wurde nur eine Laufzeit von wenigen Generationen benötigt. Die Annäherung an die reale Pareto-Front hatte bereits vorher innerhalb der kleinen Populationen stattgefunden.

Um die Pareto-Front im interessanten Bereich mit zumindest akzeptablen Werten weiter zu verdichten, wurden die bisherigen Ergebnisse, also die Individuen der Pareto-Front der großen Population, in Bezug auf die resultierenden Bauteilgrößen betrachtet. Unbrauchbare Lösungen mit zu großen resultierenden Bauteilen wurden aus der Population entfernt. Die Grenzen dazu wurden intuitiv anhand der Vorstellung, welche Bauteilgrößen den Mechanismus zu groß machen, festgelegt. Aussortiert wurden alle Individuen, bei denen eine der folgenden Bedingungen zutrifft:

$$\tilde{h} > 6 \text{ cm}, \quad (5.1)$$

$$\tilde{L}_2 > 8 \text{ cm}, \quad (5.2)$$

$$\tilde{B} > 5 \text{ cm}. \quad (5.3)$$

Der Wertebereich der Parameter der verbleibenden Individuen wurde bestimmt und die Grenzen für die Parameter des Optimierungsalgorithmus wurden entsprechend angepasst. Dadurch konnten keine Individuen mit Parametern außerhalb dieses Bereiches erzeugt werden. Anschließend wurde die Optimierung erneut mit der Population der verbleibenden Individuen und mit den neuen zulässigen Wertebereichen der Parameter gestartet. Die daraus resultierende Population hat eine dichter besetzte Pareto-Front im gewünschten Bereich generiert. Da jedoch keine Maximalwerte für die Bauteilgrößen in die Optimierung integriert wurden, waren erneut Individuen mit zu großen tatsächlichen Bauteilen generiert worden. Diese Individuen wurden gemäß den zuvor angewendeten Regeln aussortiert. Alle anderen Individuen blieben Teil der Pareto-Front.

Damit endete der Einsatz des Optimierungsalgorithmus und der restliche Vorgang musste manuell erfolgen.

Die verbleibende Pareto-Front enthielt ≈ 2000 Individuen. Auf diesen wurde eine weitere Selektion ausgeführt: Anhand des 2D-Plots in Abbildung 5.1 wurden Grenzen für die globale Kondition und die minimale lokale Kondition gewählt. Alle Individuen mit $\eta \leq 0,58$ oder $\zeta \leq 0,23$ wurden aussortiert.

Um Gruppen mit gleichen Parametern bei den ca. 500 verbleibenden Individuen der Pareto-Front zu identifizieren, wurden alle Individuen in Abhängigkeit von α und β mit ihrer globalen Kondition als Färbung dargestellt (siehe Abbildung 5.2). Es existieren drei größere Gruppen, deren Trennung jedoch lediglich im 3D-Plot in Abbildung 5.3 erkennbar ist. Zusätzlich wurde die Trennung der Gruppen auch bei der minimalen lokalen Kondition sichtbar. In Abbildung 5.4 werden die verbleibenden Individuen mit ihrer minimalen lokalen Kondition in Abhängigkeit von α und β gezeigt.

In Abbildung 5.4 werden die Individuen in Abhängigkeit von α und ihrer minimalen lokalen Kondition dargestellt. Die Punkte sind jeweils entsprechend der globalen Kondition der Individuen eingefärbt. Alle drei Gruppen liegen um $\alpha = 90^\circ$ herum. Individuen mit hoher globaler Kondition (Gruppe 1) verfügen über niedrige minimale lokale Kondition und umgekehrt (Gruppe 2). Allerdings ist bei dieser Auswahl der Unterschied zwischen 'hohen' und

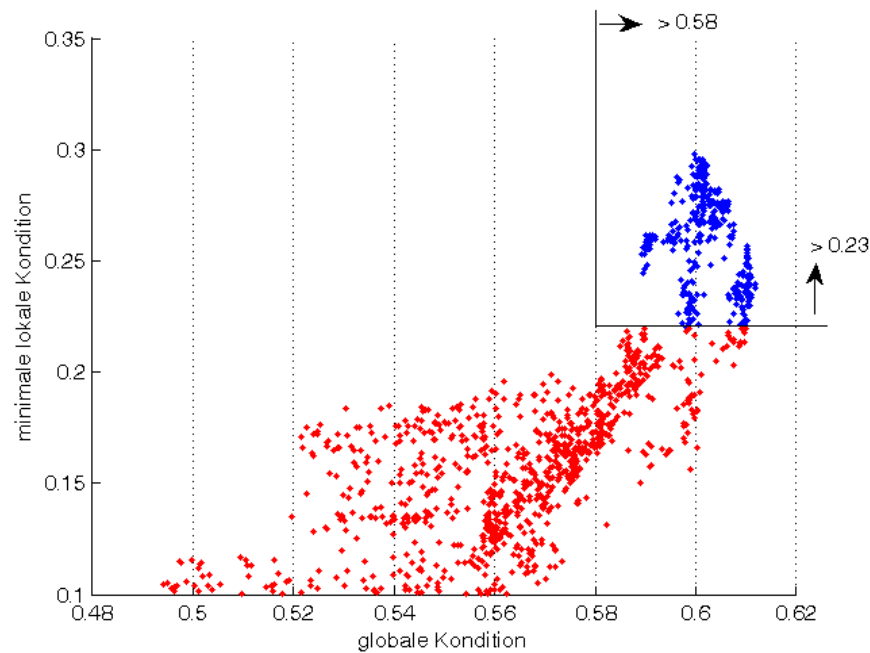


Abbildung 5.1.: Aus der bereits bezüglich der Bauteilgrößen vorselektierten Pareto-Front mit ≈ 2000 Individuen wurden alle Individuen mit globaler Kondition $\leq 0,58$ und minimaler lokaler Kondition $\leq 0,23$ aussortiert.

'niedrigen' Werten bereits sehr gering. Es ist außerdem zu beobachten, dass Individuen, die um $\alpha = 89,5^\circ$ liegen eine höhere minimale lokale Kondition aufweisen können.

Es sind drei große Gruppen zu erkennen, für welche jeweils ein Repräsentant gewählt wird. Diese bilden die *Lösungen 3 - 5*. Aus praktischen Gründen werden die Parameter gerundet. Daher wird Winkel α jeweils auf 90° festgelegt. Alle Parameter der Repräsentanten und die daraus resultierenden Bauteilgrößen sind in Tabelle 5.5 aufgeführt. Diese werden im folgenden Abschnitt mit den Ergebnissen aus Verfahren 1 verglichen.

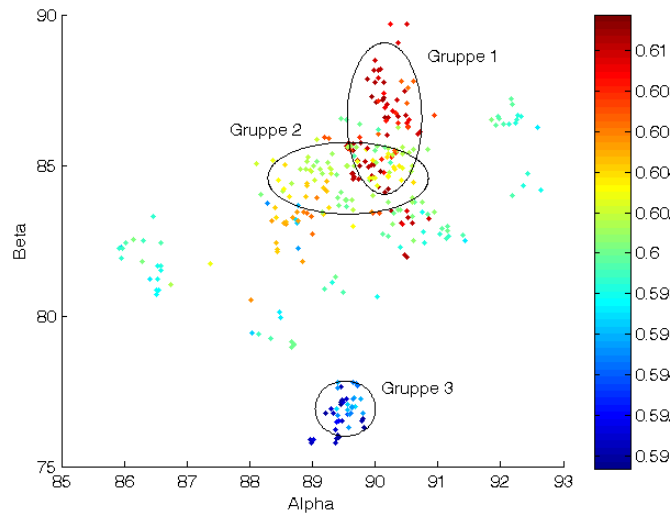


Abbildung 5.2.: Die verbleibenden Individuen sind in 2D nach α und β dargestellt. Die Färbung gibt ihre globale Kondition wieder. Drei größere Gruppen sind vorhanden. Deren räumliche Trennung ist in Bezug auf die globale Kondition in Abbildung 5.3 und in Bezug auf die minimale lokale Kondition in Abbildung 5.4 zu sehen.

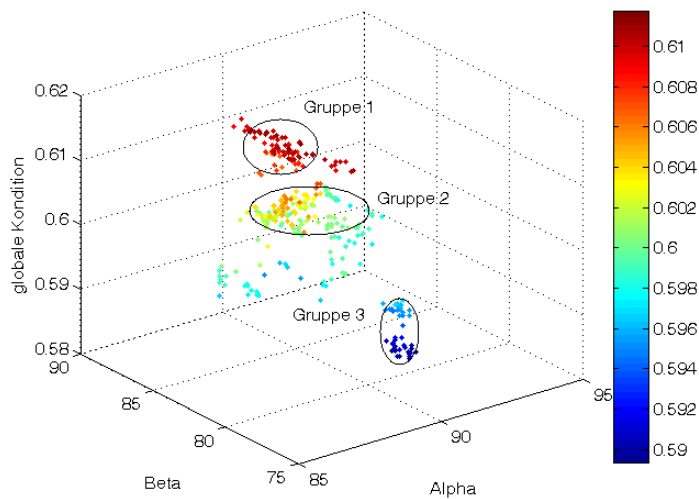


Abbildung 5.3.: Die Individuen sind nach α und β mit ihrer globalen Kondition dargestellt. Es ist eine räumliche Trennung der drei Gruppen in Bezug auf die globale Kondition zu erkennen.

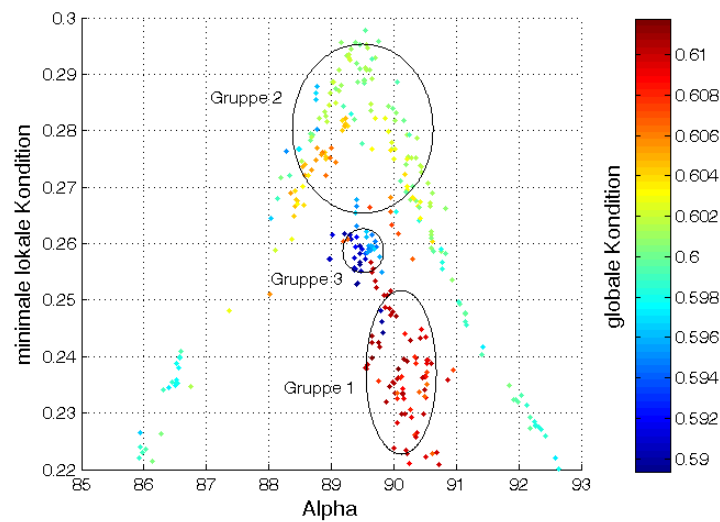


Abbildung 5.4.: Die Individuen sind nach minimaler lokaler Kondition zu α dargestellt. Die Punkte sind je nach globaler Kondition gefärbt. Die minimale lokale Kondition steigt in Richtung $\alpha = 89,5^\circ$ an. Die Trennung der drei Gruppen bezüglich der minimalen lokalen Kondition ist zu erkennen.

Parameter	Lösung 3	Lösung 4	Lösung 5
α	90°	90°	90°
β	87°	85°	84°
L_2	1,4	1,25	1,4
B	0,2	0,7	0,6
\tilde{h}	5,5 cm	5,5 cm	5,5 cm
\tilde{L}_2	7,8 cm	6,9 cm	7,7 cm
\tilde{B}	1,1 cm	3,8 cm	3,3 cm
globale Kondition	0,6088	0,5980	0,6020
minimale lokale Kondition	0,2523	0,2816	0,2769

Tabelle 5.5.: Liste der drei Repräsentanten der Gruppen 1, 2 und 3 mit ihren Parametern, den resultierenden Bauteilgrößen und Gütewerten

5.2. Bewertung

Als Ergebnis der beiden durchgeführten Verfahren aus den Abschnitten 5.1.1 und 5.1.2 erhält man fünf Mechanismen mit ihren Parametern. Aus diesen gilt es, den geeignetsten auszuwählen.

Da in den Optimierungsverfahren der Arbeitsraum jeweils nur mit einer groben Rasterung abgetastet und bewertet wurde, werden die verbleibenden Mechanismen erneut bewertet. Dies geschieht mit einer Schrittweite von $0,5^\circ$ in Richtung q_1 und q_2 und von $0,3\text{ cm}$ in Richtung q_3 .

Zusätzlich zur globalen und minimalen lokalen Kondition wird auch die maximale lokale Kondition im Arbeitsraum ermittelt. Wie erwartet, unterscheiden sich die Ergebnisse (siehe Tabelle 5.6) vor allem bei der minimalen lokalen Kondition. Hier sind die Werte deutlich niedriger als in den vorangegangenen Bewertungen, denen eine gröbere Abtastung des Arbeitsraumes zugrunde lag. Die globale Kondition bleibt nahezu identisch und ist bei allen Lösungen etwa gleich hoch. Auch die maximale lokale Kondition ist bei allen Lösungen fast gleich hoch. Diese Kriterien eignen sich daher nicht mehr, um zwischen den Lösungen zu differenzieren.

Kriterium	Lösung 1	Lösung 2	Lösung 3	Lösung 4	Lösung 5
globale Kondition	0,6021	0,6156	0,6051	0,5918	0,5984
min. lokale Kondition	0,2382	0,1809	0,2068	0,2327	0,2428
max. lokale Kondition	0,9683	0,9646	0,9724	0,9803	0,9939

Tabelle 5.6.: Die Güterwerte der zwei Repräsentanten aus Verfahren 1 (Lösung 1 und 2) und der drei Repräsentanten aus Verfahren 2 (Lösungen 3, 4 und 5) wurden mit verfeinerter Abtastung bewertet. Alle Lösungen weisen nahezu identische globale Konditionen und maximale lokale Konditionen auf.

Daher wird die Verteilung der lokalen Kondition über den Arbeitsraum untersucht.

Zur Visualisierung der lokalen Kondition über den gesamten Arbeitsraum werden Schnitte durch den Arbeitsraum des Mechanismus durchgeführt. Für jeden Schnitt wird ein fester Wert des Schubes (q_3) gewählt. Die dazugehörigen lokalen Konditionen in der Schnittebene werden in Abhängigkeit von q_1 und q_2 in Abbildung 5.6 bis 5.10 dargestellt. Um den gesamten Arbeitsraum abzudecken, werden die Schnitte bei $q_3 = 0, 1, 2, \dots, 10\text{ cm}$ angefertigt. q_3 stellt hier jeweils die Schublänge des tatsächlichen Mechanismus dar, die zwischen 0 cm und 10 cm liegen muss.

In den Abbildungen der Schnitte werden jeweils zwei Ellipsen verwendet. Die größere Ellipse markiert den größten Schnitt des Ellipsoiden des Arbeitsraumes mit der durch q_1 und q_2 aufgespannten Ebene (in der Mitte bei $q_3 = 5\text{ cm}$). Sie gibt die möglichen maximalen Kombinationen, den Anforderungen entsprechend, von q_1 und q_2 an. Die kleinere Ellipse markiert die maximal möglichen Auslenkungen des Kopfes für komfortable Stellungen nach den von Panero und Zelnik [PZ05] angegebenen Werten (siehe Kapitel 2.1). Abbildung 5.5 zeigt beide Ellipsen.

Die Abbildungen der Schnitte bieten Ausschnitte aus dem Arbeitsraum des Mechanismus. Diese liefern einen guten Eindruck über die Verteilung von Regionen mit hohen und niedrigen Konditionswerten. So ist ersichtlich, dass der Winkel des Gierens q_1 einen starken

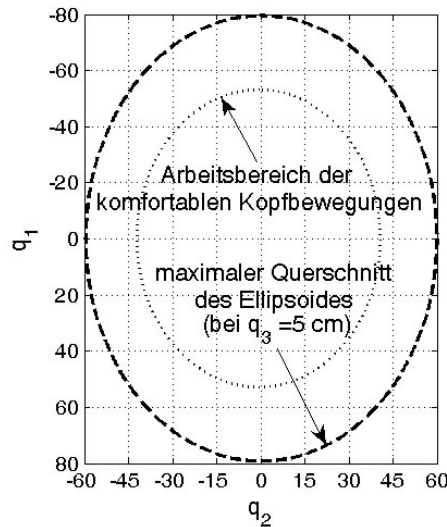


Abbildung 5.5.: Die Ellipsen beschreiben die maximalen Kombinationen von q_1 und q_2 für normale und komfortable Stellungen des menschlichen Kopfes.

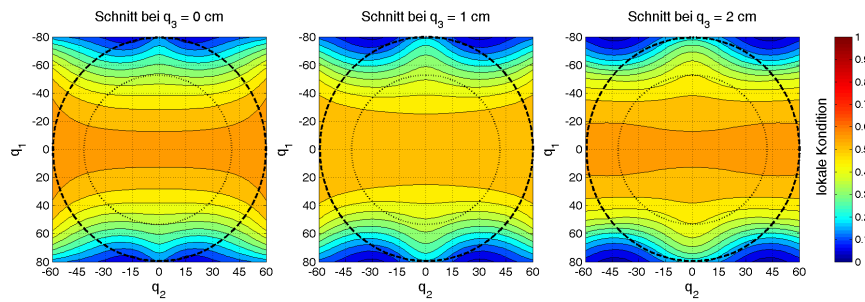
Einfluss auf die lokale Kondition des Mechanismus hat und besonders im Bereich von 70° bis 80° fallen die Konditionszahlen.

Bei allen Lösungen sind innerhalb der inneren Ellipse, also dem Bereich der 'komfortablen' Kopfdrehungen, durchweg gute Konditionen zu finden. Der entsprechende Durchschnitt der Kondition innerhalb der inneren Ellipse ist in Abbildung 5.11 zu sehen. Hier sieht man, dass alle Lösungen bei $1 < q_3 < 9$ cm eine durchschnittliche und minimale lokale Kondition von 0,4 nicht unterschreiten. Lösung 1 und 2 weisen im Bereich $q_3 < 1$ cm sogar immer noch einen Durchschnitt von 0,5 bzw. 0,6 und einen Minimalwert $>0,35$ bzw. $>0,4$ auf. Insgesamt sind Lösung 1 und 2 im Bereich der komfortablen Kopfbewegungen den anderen Lösungen leicht überlegen und müssen sich nur im Bereich $2 < q_3 < 5$ cm geschlagen geben. Dies liegt allerdings daran, dass der Bereich mit der höchsten durchschnittlichen Kondition bei beiden bei $q_3 \approx 7$ cm liegt statt bei $q_3 \approx 4$ cm wie bei den anderen Lösungen.

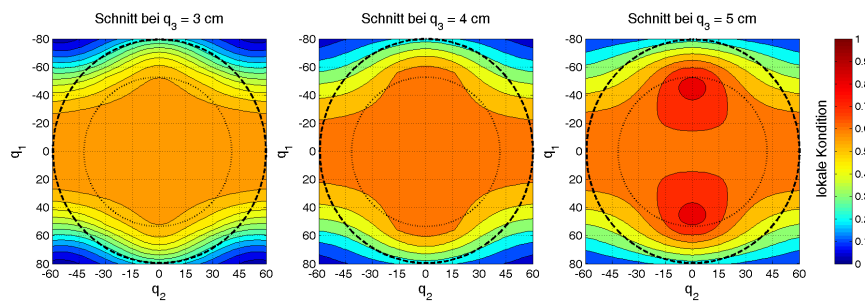
Betrachtet man die Kondition innerhalb der äußeren Ellipse über den ganzen Arbeitsbereich von q_3 (siehe Abbildung 5.12), so ergibt sich in Bezug auf die Durchschnitte, abgesehen von allgemein niedrigeren Werten, das gleiche Bild. Lösung 1 und 2 haben Vorteile im unteren Bereich von q_3 mit einem Durchschnitt $>0,4$ bzw. $>0,55$. Allerdings liegen die Minimalwerte von Lösung 2 in der unteren Hälfte von q_3 fast komplett immer 0,1 unter denen der anderen Lösungen. Dies ist auf schlechtere Konditionen in den Randbereichen zurückzuführen.

Der gleiche Eindruck wiederholt sich, wenn die Darstellung die Durchschnitts- und Minimalwerte bezüglich des vorgesehenen Ellipsoides des Arbeitsraumes zeigt (siehe Abbildung 5.13). Sobald innerhalb der bewerteten Fläche Stellungen mit hohen Werten für q_1 enthalten sind (also in der Mitte des Arbeitsbereiches von q_3), so fällt die minimale lokale Kondition deutlich ab.

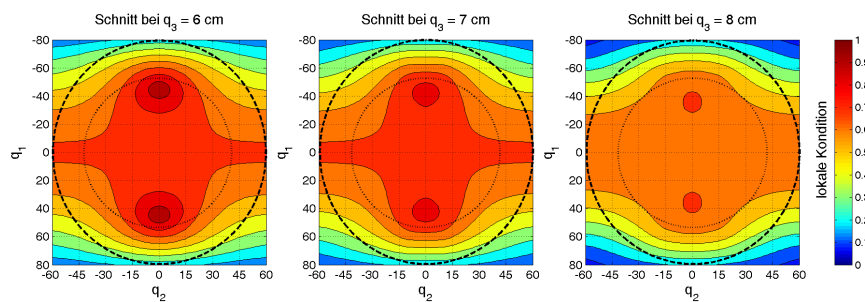
Die Werte der Lösungen 3 - 5 liegen allgemein sehr dicht zusammen. Lösung 4 und 5 sind



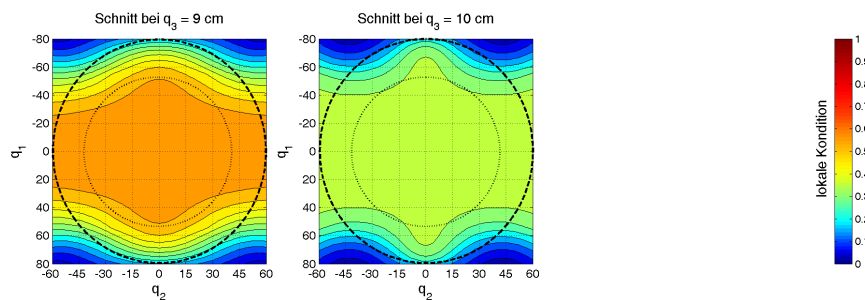
(a) Schnitte bei $q_3 = 0/1/2$ cm



(b) Schnitte bei $q_3 = 3/4/5$ cm



(c) Schnitte bei $q_3 = 6/7/8$ cm



(d) Schnitte bei $q_3 = 9/10$ cm

Abbildung 5.6.: Darstellung der lokalen Kondition von Lösung 1 in Abhängigkeit von q_1 und q_2 für unterschiedliche festgelegte $q_3 = 0, 1, \dots, 10$ cm.

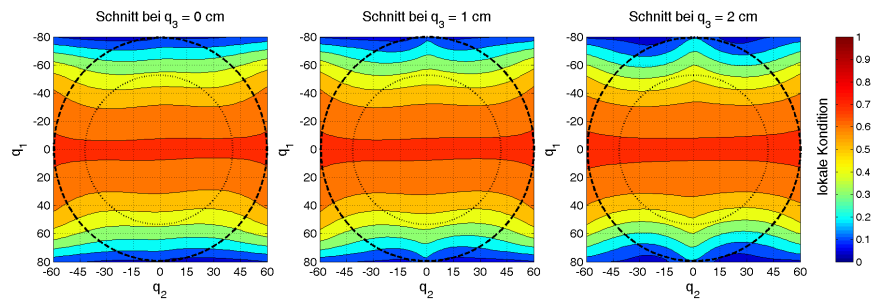
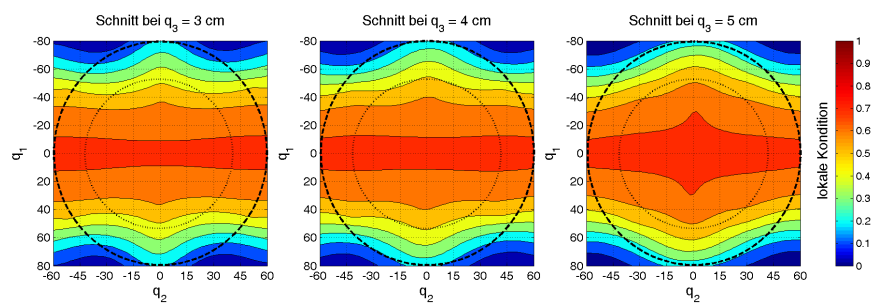
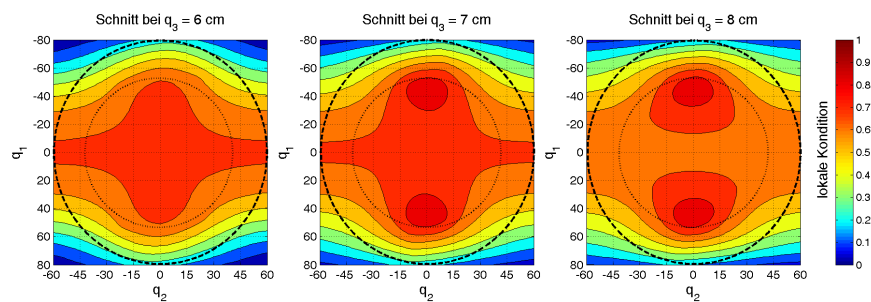
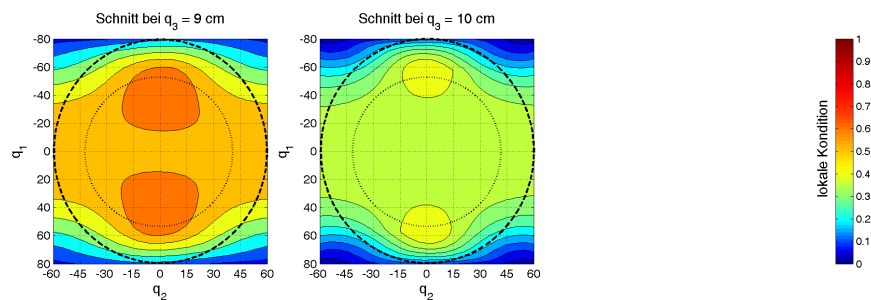
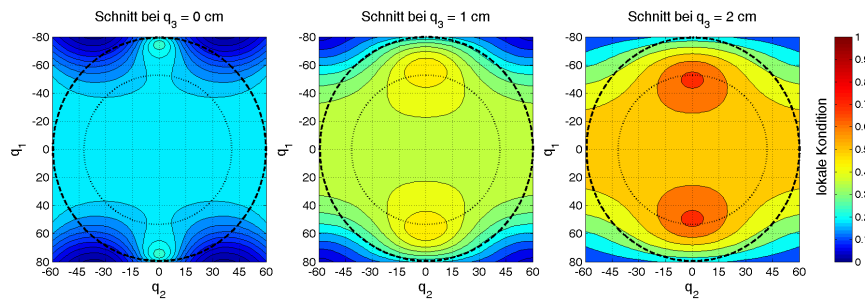
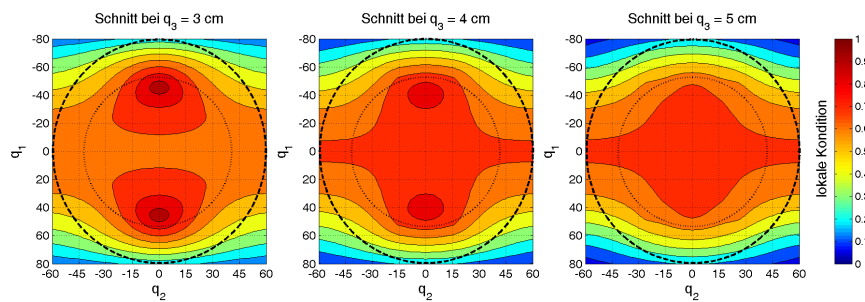
(a) Schnitte bei $q_3 = 0/1/2$ cm(b) Schnitte bei $q_3 = 3/4/5$ cm(c) Schnitte bei $q_3 = 6/7/8$ cm(d) Schnitte bei $q_3 = 9/10$ cm

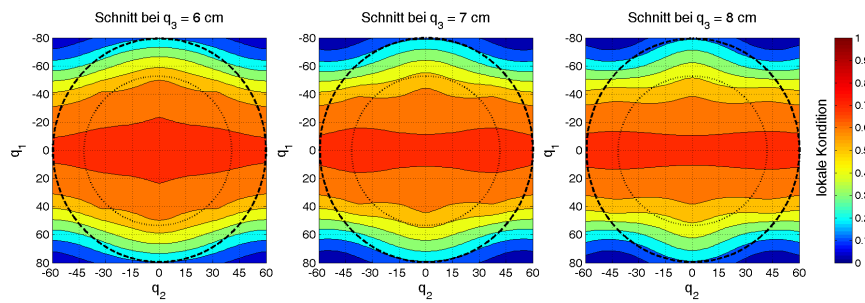
Abbildung 5.7.: Darstellung der lokalen Kondition von Lösung 2 in Abhängigkeit von q_1 und q_2 für unterschiedliche festgelegte $q_3 = 0, 1, \dots, 10$ cm.



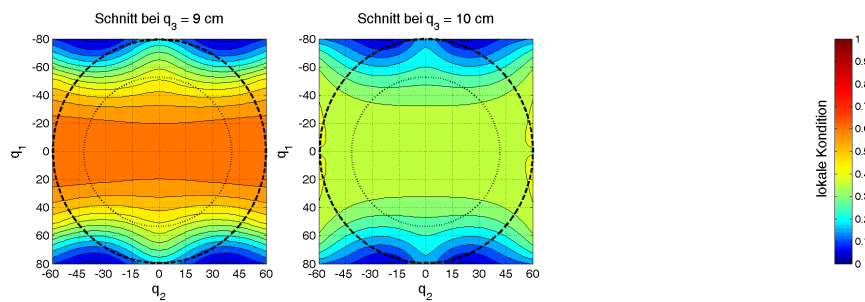
(a) Schnitte bei $q_3 = 0/1/2$ cm



(b) Schnitte bei $q_3 = 3/4/5$ cm



(c) Schnitte bei $q_3 = 6/7/8$ cm



(d) Schnitte bei $q_3 = 9/10$ cm

Abbildung 5.8.: Darstellung der lokalen Kondition von Lösung 3 in Abhängigkeit von q_1 und q_2 für unterschiedliche festgelegte $q_3 = 0, 1, \dots, 10$ cm.

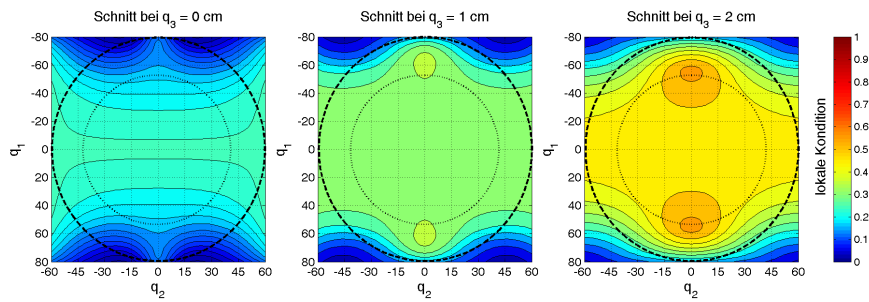
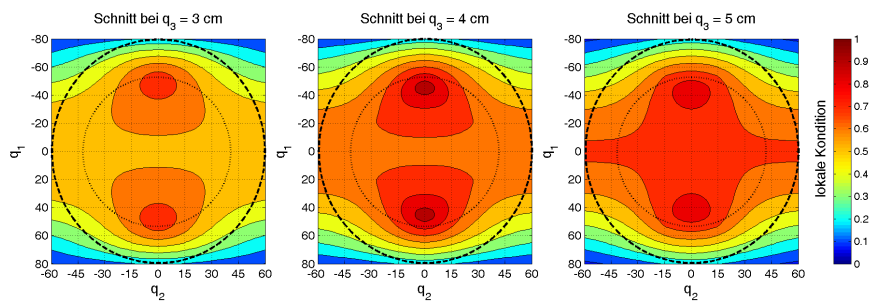
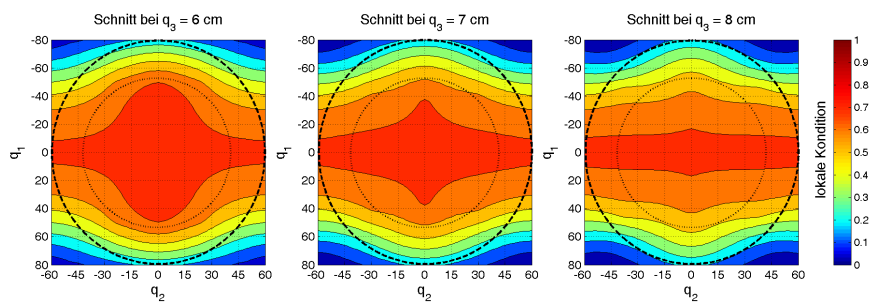
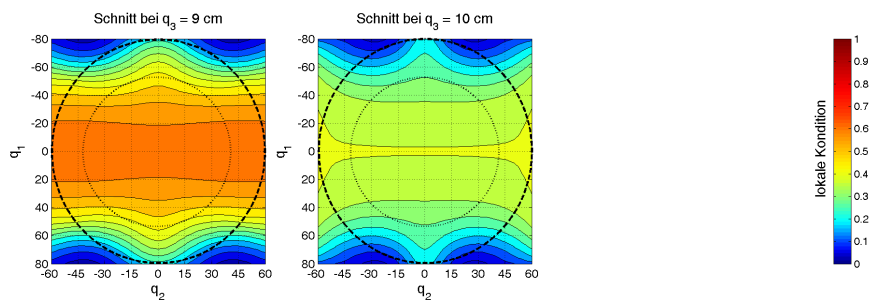
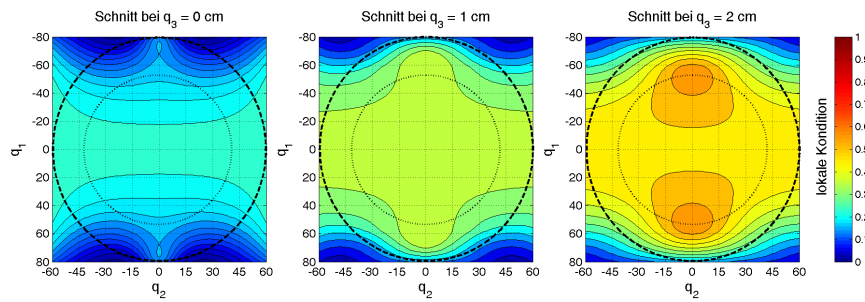
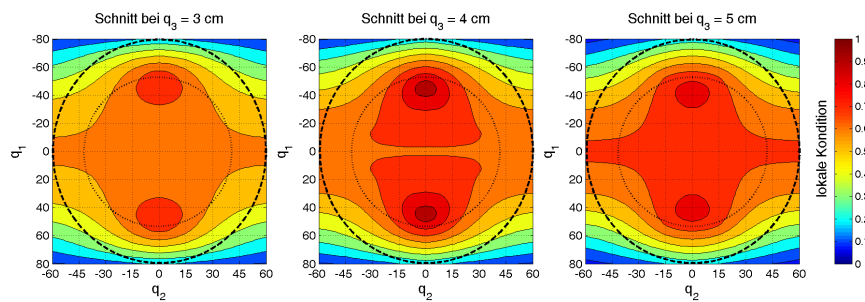
(a) Schnitte bei $q_3 = 0/1/2$ cm(b) Schnitte bei $q_3 = 3/4/5$ cm(c) Schnitte bei $q_3 = 6/7/8$ cm(d) Schnitte bei $q_3 = 9/10$ cm

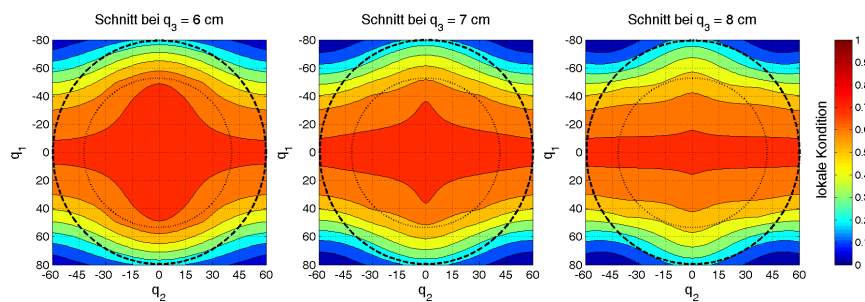
Abbildung 5.9.: Darstellung der lokalen Kondition von Lösung 4 in Abhängigkeit von q_1 und q_2 für unterschiedliche festgelegte $q_3 = 0, 1, \dots, 10$ cm.



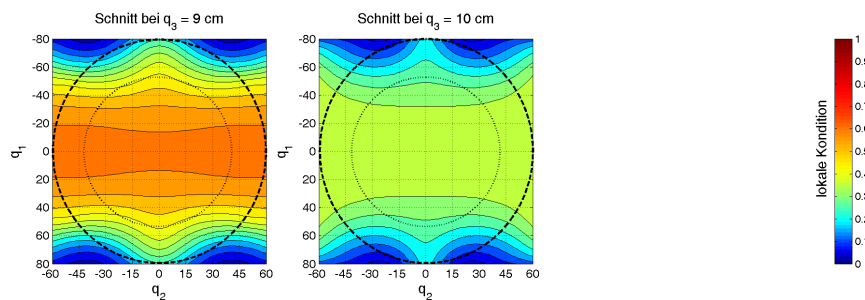
(a) Schnitte bei $q_3 = 0/1/2$ cm



(b) Schnitte bei $q_3 = 3/4/5$ cm

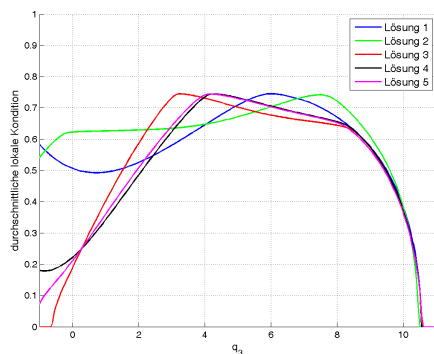


(c) Schnitte bei $q_3 = 6/7/8$ cm

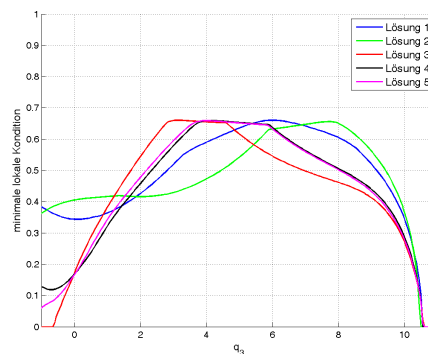


(d) Schnitte bei $q_3 = 9/10$ cm

Abbildung 5.10.: Darstellung der lokalen Kondition von Lösung 5 in Abhängigkeit von q_1 und q_2 für unterschiedliche festgelegte $q_3 = 0, 1, \dots, 10$ cm.

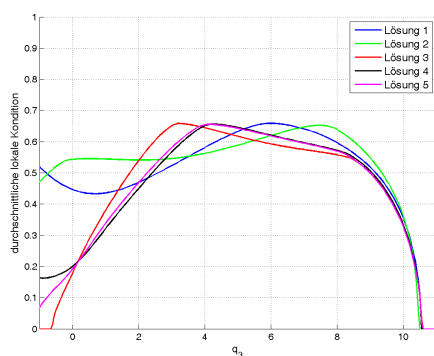


(a) durchschnittliche lokale Kondition

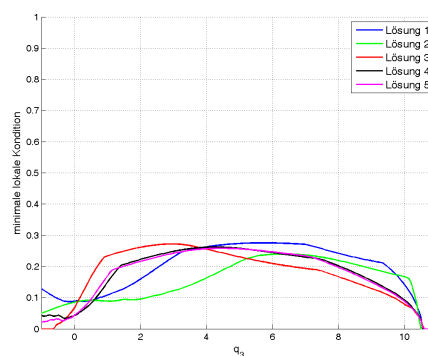


(b) minimale lokale Kondition

Abbildung 5.11.: Vergleich der Übertragungsgüte der verbleibenden Lösungen für Stellungen innerhalb der inneren Ellipse (siehe Abbildung 5.5) abhängig von q_3 .



(a) durchschnittliche lokale Kondition



(b) minimale lokale Kondition

Abbildung 5.12.: Vergleich der Übertragungsgüte der verbleibenden Lösungen für Stellungen innerhalb der äußeren Ellipse (siehe Abbildung 5.5) abhängig von q_3 .

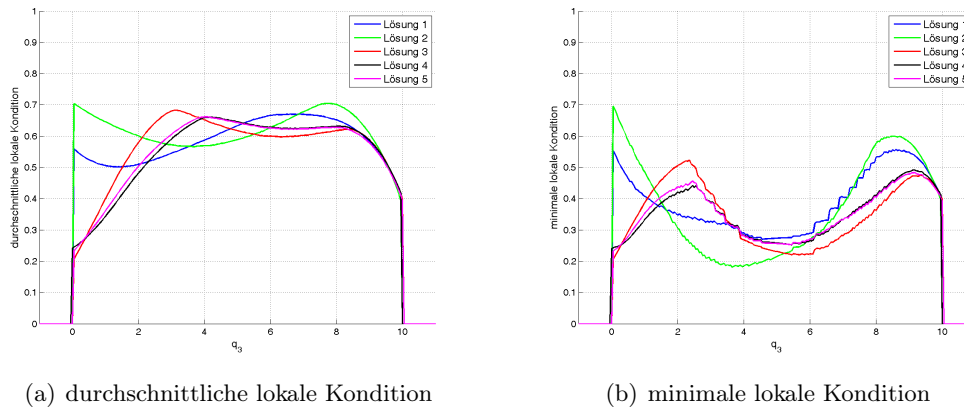


Abbildung 5.13.: Vergleich der Übertragungsgüte der verbleibenden Lösungen für Stellungen innerhalb des festgelegten Ellipsoiden des Arbeitsraumes abhängig von q_3 .

sogar nahezu identisch. Insgesamt weisen alle Lösungen eine gute Kondition innerhalb des Arbeitsraumes auf. Alle Lösungen sind in Tabelle 5.7 nochmals mit ihren Bauteilgrößen zusammengefasst.

Bei Auswahl des besten Mechanismus aus den Lösungen 1 - 5 ist vor allem die Gleichmäßigkeit von Lösung 2 im niedrigen Bereich von q_3 von großer Bedeutung. Allerdings ist der Mechanismus mit der Bauteillänge $\tilde{B} = 13,9$ cm im Gegensatz zu 0,8 cm oder 3,3 cm sehr viel größer. Lösung 1 weist ebenfalls gute Werte im unteren Bereich von q_3 auf, die Bauteilgröße $\tilde{B} = 9,2$ ist jedoch auch hier sehr groß.

Daher ist eine der Lösungen 3 - 5 auszuwählen. Da unter den verbleibenden Lösungen die Unterschiede in Bezug auf die Konditionszahl sehr gering sind, wird hier die Variante mit dem kleinsten Bauraum ausgewählt: **Lösung 4**.

Parameter	Lösung 1	Lösung 2	Lösung 3	Lösung 4	Lösung 5
α	90°	90°	90°	90°	90°
β	92°	97°	87°	85°	84°
\tilde{h}	5,5 cm	4,6 cm	5,5 cm	5,5 cm	5,5 cm
\tilde{L}_2	6,5 cm	8,3 cm	7,8 cm	6,9 cm	7,7 cm
\tilde{B}	9,2 cm	13,9 cm	1,1 cm	3,8 cm	3,3 cm
globale Kondition	0,6021	0,6156	0,6051	0,5918	0,5984
min. lokale Kondition	0,2382	0,1809	0,2068	0,2327	0,2428

Tabelle 5.7.: Aus den fünf Lösungen mit ihren Parametern, daraus resultierenden Bauteilgrößen und Gütewerten wird der optimale Mechanismus ausgewählt.

Eine CAD-Zeichnung des Mechanismus mit entsprechenden Parametern ist in Abbildung 5.14 zu sehen. Zusätzlich zeigen Abbildungen 5.15, 5.16 und 5.17 den Mechanismus in verschiedenen Stellungen.

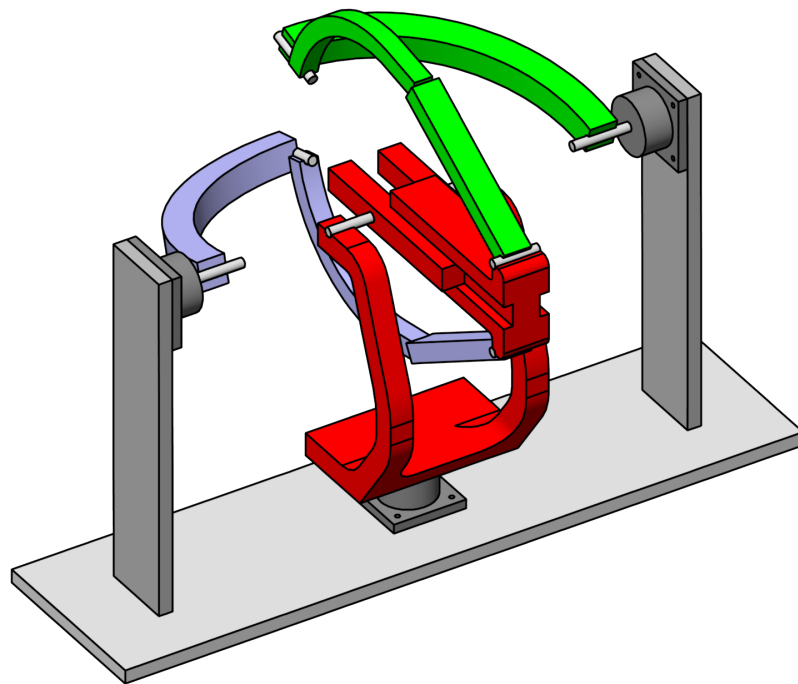


Abbildung 5.14.: Optimierter Mechanismus im Zentrum des Arbeitsraumes: $q_1 = 0^\circ$, $q_2 = 0^\circ$, $q_3 = 5,0 \text{ cm}$

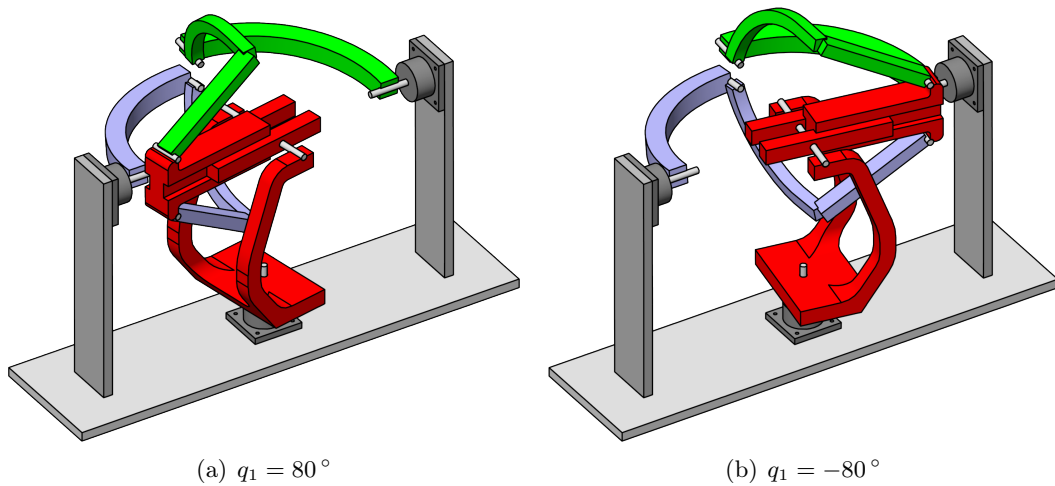


Abbildung 5.15.: Optimierter Mechanismus bei maximalem Gieren und $q_2 = 0^\circ$, $q_3 = 5,0 \text{ cm}$

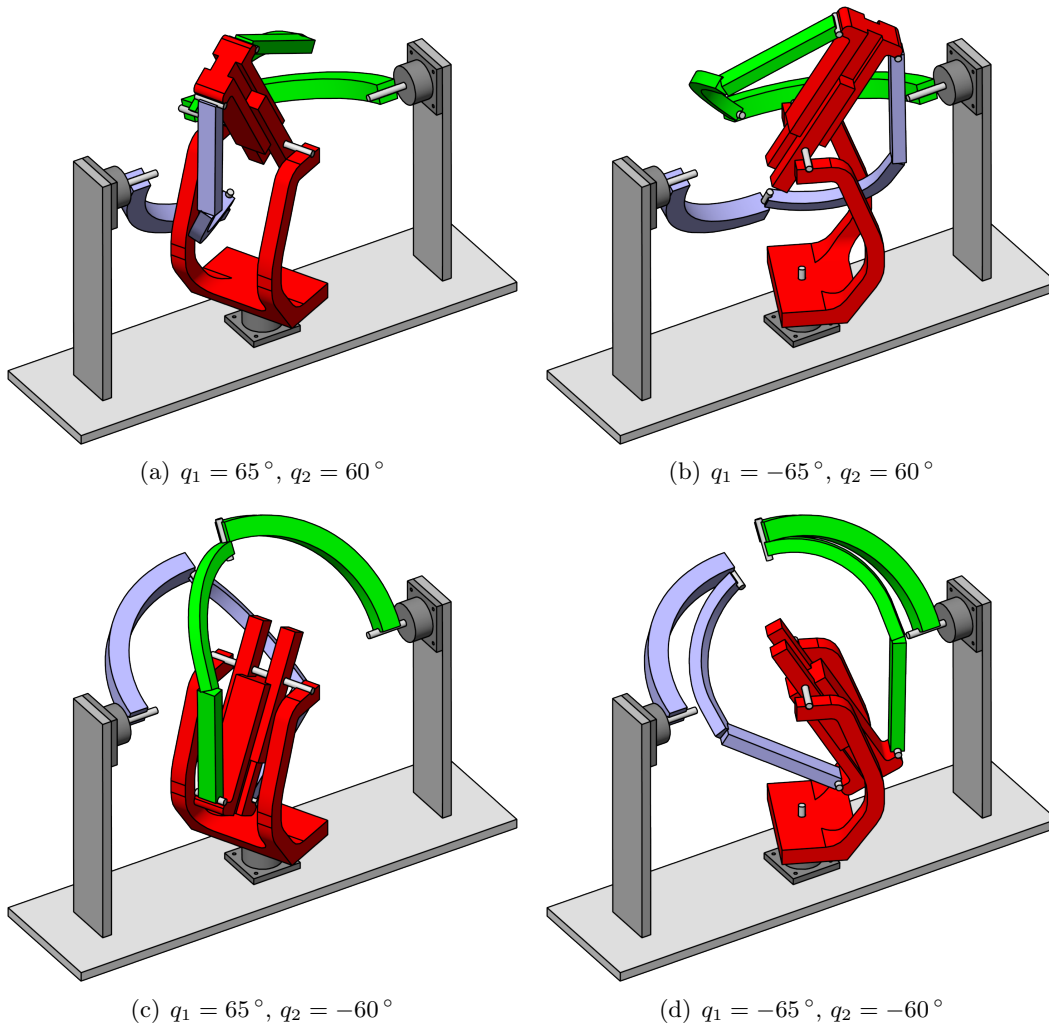


Abbildung 5.16.: Optimierter Mechanismus bei Kombinationen von Gieren und Nicken bei $q_3 = 5,0 \text{ cm}$

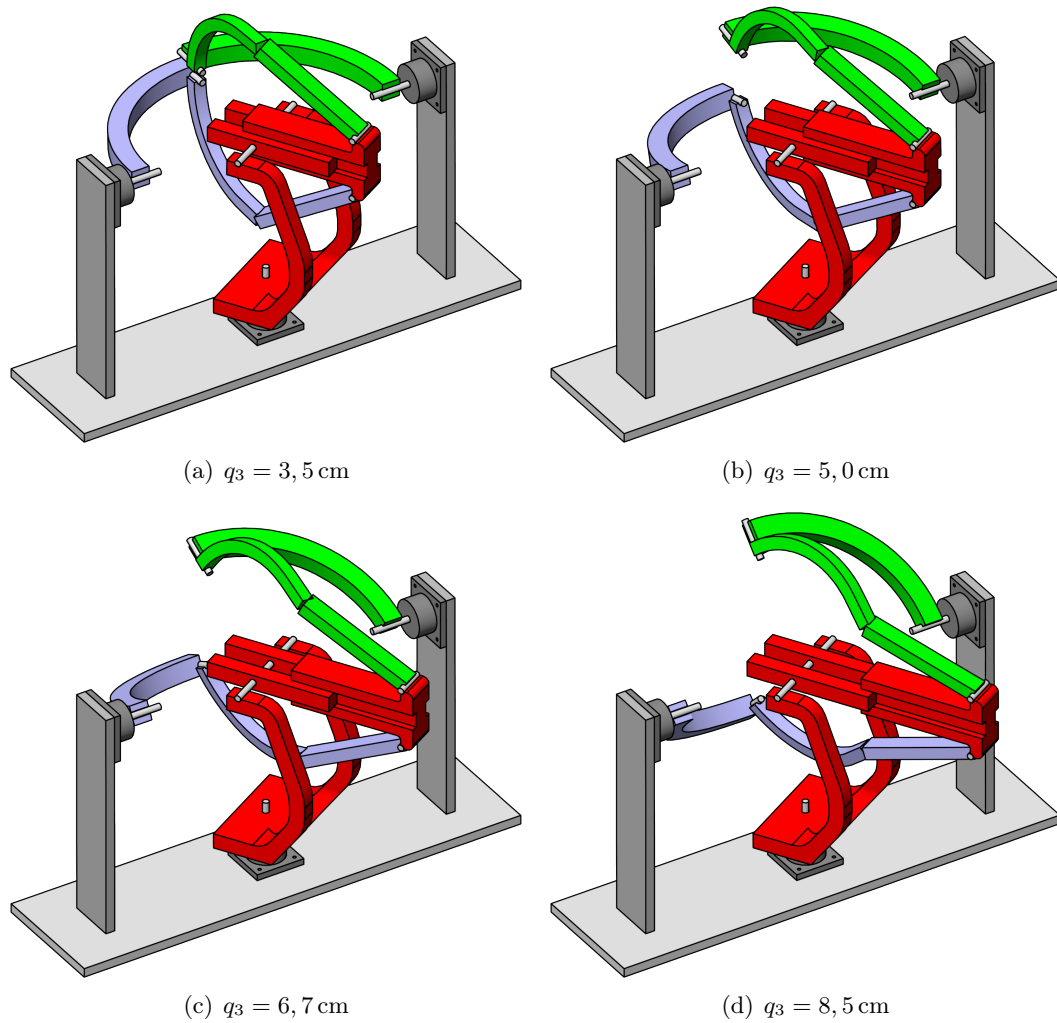


Abbildung 5.17.: Optimierter Mechanismus bei verschiedenen Werten für die Vor-/Rücktranslation bei $q_1 = -30^\circ$, $q_2 = 0^\circ$

AUSBLICK

Inhalt des Kapitels

6.1. Zusammenfassung	85
6.2. Ausblick	86

6.1. Zusammenfassung

Im Rahmen dieser Diplomarbeit ist ein Mechanismus für ein parallelkinematisches Halsgelenk entworfen worden. Der Mechanismus weist insgesamt drei Freiheitsgrade auf: Zwei rotatorische Freiheitsgrade für die Gier- und die Nickbewegung sowie einen translatorischen Freiheitsgrad für Translationsbewegungen in Blickrichtung.

Der Mechanismus ist vollständig parallel und nicht redundant, d. h. er besitzt genauso viele Aktoren wie Freiheitsgrade und ebenso viele Führungsketten. Alle Aktoren sind, entsprechend der Anforderung, an der Basis angebracht. Hierdurch wird die bewegte Masse des Mechanismus möglichst klein gehalten. Außerdem wird der größte Teil der Nutzlast von der einfacher aufgebauten mittleren Führungskette getragen und dadurch werden die äußeren Führungsketten weiter entlastet.

Insgesamt besteht der Mechanismus aus elf Gelenken und zehn Gliedern inklusive Endeffektor und Basis. Der Endeffektor ist durch drei Führungsketten mit der Basis verbunden.

Die Anzahl der zu optimierenden Parameter und der unterschiedlichen Bauteile wurde durch einen symmetrischen Aufbau mit zwei identischen äußeren Führungsketten reduziert. So wurden lediglich vier Parameter zur Beschreibung des Mechanismus benötigt und entsprechend mussten auch nur diese vier optimiert werden. Zudem werden durch weniger unterschiedliche Bauteile die Kosten reduziert.

Außerdem wurde die Struktur so entworfen, dass bei richtiger Wahl der Parameter keine Singularitäten innerhalb des Arbeitsraumes vorhanden sind.

Sowohl die inverse als auch die direkte Kinematik wurden analytisch in Abhängigkeit der Parameter aufgestellt.

Die Parameter wurden mit zwei unterschiedlichen Verfahren optimiert. Diese lieferten verschiedene Lösungen, die bewertet und miteinander verglichen wurden. Alle diese Ergebnisse wiesen mit einer guten Kondition innerhalb des Arbeitsraumes eine gute Übertragungsgüte auf und verfügten, bis auf einen Mechanismus, über niedrige Bauteilgrößen. Dadurch ist ein geringer Bauraum möglich.

Aus diesen verschiedenen Mechanismen wurde ein 'optimaler' Mechanismus ausgewählt. Er erfüllt alle gestellten Anforderungen und eignet sich damit als Mechanismus zur Konstruktion eines parallelkinematischen Halsgelenkes.

Der ausgewählte Mechanismus hat im unteren Bereich des Schubes $q_3 < 2$ cm, schlechtere Konditionswerte. Es wäre denkbar, den Mechanismus mit dem Faktor 1,25 zu vergrößern. Der Bereich $2 < q_3 < 10$ cm wird dann entsprechend von 8 cm auf 10 cm gestreckt. Wie groß der Einfluss z. B. auf die Fehlerübertragung ist, muss untersucht werden.

6.2. Ausblick

- Bau des Mechanismus als Prototyp. Dabei sind große Freiheiten in der Gestaltung der äußeren Führungsketten möglich. Da diese einen sehr großen Einfluss auf den Bauraum haben, kann die Baugröße des Halsgelenkes durch eine ausgefeilte Umsetzung stark reduziert werden.
- Im Sinne des Baukasten-Systems wäre eine vereinfachte Version mit zwei Freiheitsgraden denkbar. Der Mechanismus könnte dann mit einem geringeren Teil der Bauteile auskommen und würde Gieren und Nicken ermöglichen. Dies wäre eine Reduktion auf die simplifizierte 2D-Variante des *Agile Eye*.
- Außerdem ist es denkbar, beide äußeren Führungsketten unterhalb des Endeffektors angreifen zu lassen. Angriffspunkte der Führungsketten wären in diesem Fall das vordere und hintere Ende des Endeffektors. Dadurch wäre der Raum oberhalb des Endeffektors komplett für den Kopf nutzbar.
- Es wäre auch denkbar, den Arbeitsraum in Bezug auf q_3 nicht auf den maximal möglichen Bereich festzulegen, sondern nur den Bereich mit der gewünschten Kondition zu nutzen.
- Je nach Montage des Kopfes und der Stellung q_3 wird die Hauptlast des Gewichtes des Kopfes auf der mittleren Führungskette liegen. Hier wäre es möglich, den Endeffektor statisch zu balancieren [Gos99]

Inhalt des Kapitels

A.1. Körperebenen	87
A.2. Gelenktypen und Empfehlungen zum Aufbau von Führungsketten	88
A.3. Kugelkoordinaten	88
A.4. Homogene Transformationen	89
A.5. Denavit-Hartenberg	90

A.1. Körperebenen

Die aus der Medizin stammenden Bezeichnungen für die unterschiedlichen Schnittebenen durch den Körper sind in Abbildung A.1 dargestellt. Die Sagittal-, Frontal- und Horizontalebene verlaufen jeweils durch den Körpermittelpunkt. Alle Ebenen parallel zur Sagittalebene werden mit Para-Sagittalebene bezeichnet.

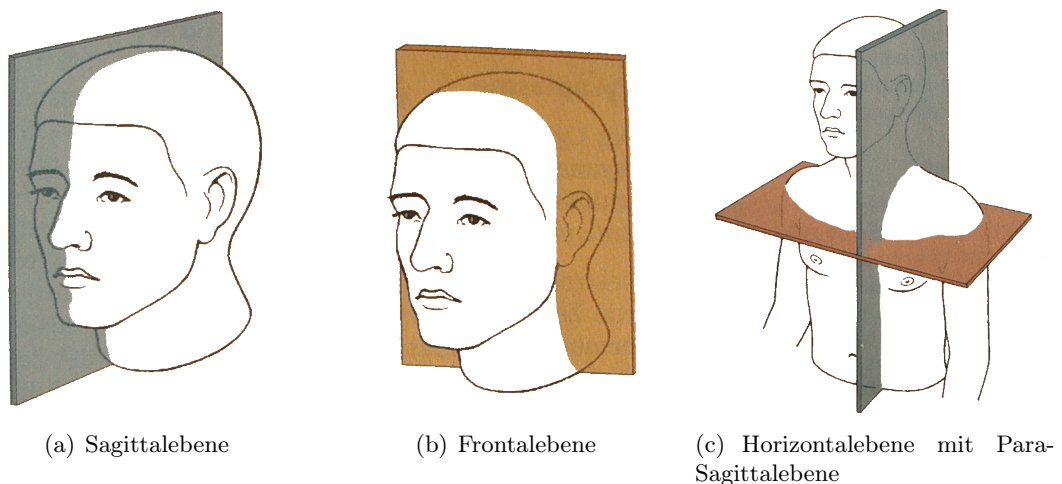


Abbildung A.1.: Darstellung der Schnittebenen durch den Körper [Pla05]

A.2. Gelenktypen und Empfehlungen zum Aufbau von Führungsketten

Häufig verwendete Gelenktypen mit ihren Abkürzungen [Neu06] und Gelenkfreiheitsgraden sind in Tabelle A.1 aufgeführt.

Gelenktyp	Abkürzung	Freiheitsgrade
Drehgelenk	D	1
Drehschubgelenk	DS	2
Kardangelenk	DD	2
Kugelgelenk	D_3	3
Schubgelenk	S	1

Tabelle A.1.: Gelenktypen mit Abkürzung und Gelenkfreiheitsgraden

Freiheitsgrade der Führungskette	Anzahl der Gelenke	Aufteilung der Freiheitsgrade
6	3	1+2+3
5	3	1+1+3
5	3	1+2+2
4	3	1+1+2
4	2	1+3
3	3	1+1+1
3	2	1+2
2	2	1+1

Tabelle A.2.: Empfehlungen zur Aufteilung der Gelenkfreiheitsgrade in Führungsketten

A.3. Kugelkoordinaten

In räumlichen Polarkoordinaten wird ein Punkt durch einen Abstand und zwei Winkel eindeutig bestimmt. Bei dem Abstand r handelt es sich um den Abstand des Punktes vom Zentrum der Kugel. Durch die beiden Winkel ϕ und θ wird die Richtung der Lage des Punktes vom Zentrum aus gegeben. Bei konstantem Abstand r ergeben so alle Punkte, die durch Kombinationen der beiden Winkel beschrieben werden können, die Oberfläche einer Kugel mit Radius r . Das Schema wird in Abbildung A.2 dargestellt.

Zu einem durch Kugelkoordinaten gegebenem Punkt können die kartesischen Koordinaten mit

$$x = p \sin(\phi) \cos(\theta), \tag{A.1}$$

$$y = p \sin(\phi) \sin(\theta), \tag{A.2}$$

$$z = p \cos(\phi) \tag{A.3}$$

bestimmt werden [Wik07].

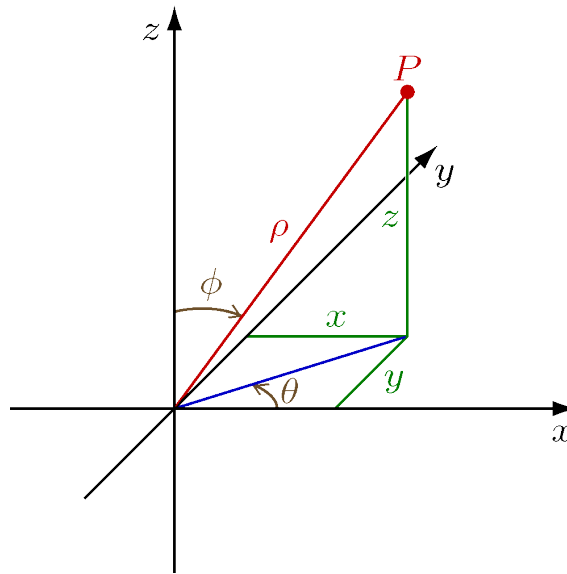


Abbildung A.2.: Der Punkt P wird in Kugelkoordinaten durch die Winkel ϕ und θ sowie die Länge p definiert [Wik07].

Im Rahmen dieser Arbeit ist das Basiskoordinatensystem unterschiedlich definiert (siehe Abbildung A.3). Daher ergibt sich für Gieren q_1 , Nicken q_2 und Vor-/Rücktranslation q_3 :

$$x = -q_3 \sin(q_2), \quad (\text{A.4})$$

$$y = q_3 \cos(q_1) \cos(q_2), \quad (\text{A.5})$$

$$z = q_3 \sin(q_1) \cos(q_2). \quad (\text{A.6})$$

A.4. Homogene Transformationen

In der Robotik werden zur Beschreibung von Koordinatentransformationen homogene Transformationsmatrizen verwendet. Diese beinhalten sowohl einen Rotationsanteil als auch einen Translationsanteil.

$$\text{Rotation } R = \begin{pmatrix} R_{1,1} & R_{1,2} & R_{1,3} \\ R_{2,1} & R_{2,2} & R_{2,3} \\ R_{3,1} & R_{3,2} & R_{3,3} \end{pmatrix} \quad (\text{A.7})$$

und

$$\text{Translation } T = \begin{pmatrix} T_{1,1} \\ T_{2,1} \\ T_{3,1} \end{pmatrix} \quad (\text{A.8})$$

werden in einer *homogenen Transformationsmatrix* kombiniert:

$$H = \begin{pmatrix} R_{1,1} & R_{1,2} & R_{1,3} & T_{1,1} \\ R_{2,1} & R_{2,2} & R_{2,3} & T_{2,1} \\ R_{3,1} & R_{3,2} & R_{3,3} & T_{3,1} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}. \quad (\text{A.9})$$

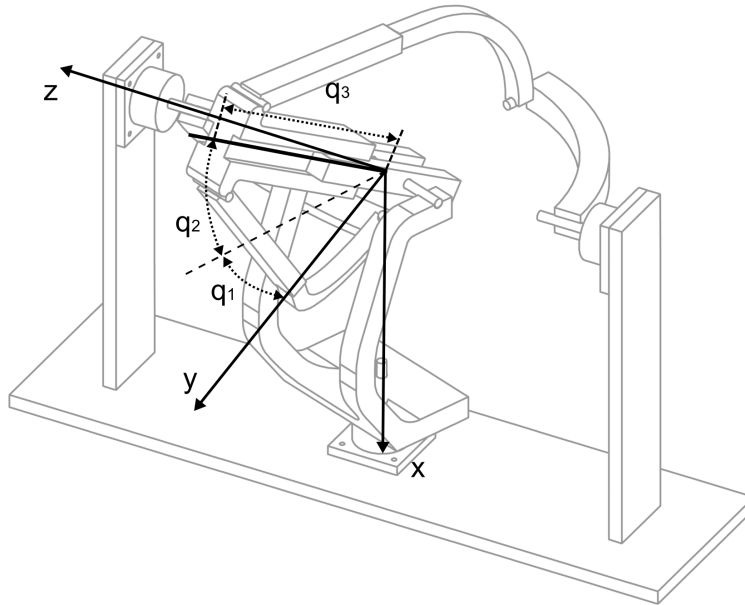


Abbildung A.3.: Darstellung eines Punktes mit Kugelkoordinaten [Wik07]

So ergeben beispielsweise reine Translationen um den Translationsvektor $(x, y, z)^T$:

$$Trans(x, y, z) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & x \\ 0 & 1 & 0 & y \\ 0 & 0 & 1 & z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}. \quad (\text{A.10})$$

Eine reine Rotation mit dem Winkel φ um die z -Achse ergibt:

$$Rot(z, \varphi) = \begin{pmatrix} \cos(\varphi) & -\sin(\varphi) & 0 & 0 \\ \sin(\varphi) & \cos(\varphi) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}. \quad (\text{A.11})$$

A.5. Denavit-Hartenberg

Ein serieller Manipulator mit n Gelenken verfügt über $n + 1$ Glieder. Sowohl Gelenke als auch Glieder werden von der Basis ausgehend aufsteigend nummeriert: Gelenke 1 bis n und Glieder 0 bis n (die Basis ist Glied 0). Die Glieder $i - 1$ und i werden jeweils durch Gelenk i verbunden. Zu jedem Glied i wird ein Ortskoordinatensystem S_i definiert. Für die direkte Kinematik eines seriellen Manipulators soll die Lage und Orientierung des Endeffektors in Abhängigkeit der Gelenkstellungen (φ_i bei Drehgelenken, d_i bei Schubgelenken) bestimmt werden. Mit Hilfe von n Ortskoordinatentransformationen kann ein Punkt im Koordinatensystem des Endeffektors im Basiskoordinatensystem dargestellt werden.

Die weit verbreiteten *Denavit-Hartenberg-Konventionen* geben für offene kinematische Ketten vor, wie die Ortskoordinatensysteme der Glieder festgelegt werden. Die Überführung vom Ortskoordinatensystem S_i zu S_{i-1} wird durch die Transformationsmatrix ${}^{i-1}T_i$ beschrieben. Bei den *Denavit-Hartenberg-Transformationen* beinhaltet diese jeweils zwei Rotationen und zwei Translationen. Diese hängen zusätzlich zu den Gelenkstellungen φ_i und d_i noch von den Parametern α_i und a_i ab (siehe Abbildung A.4).

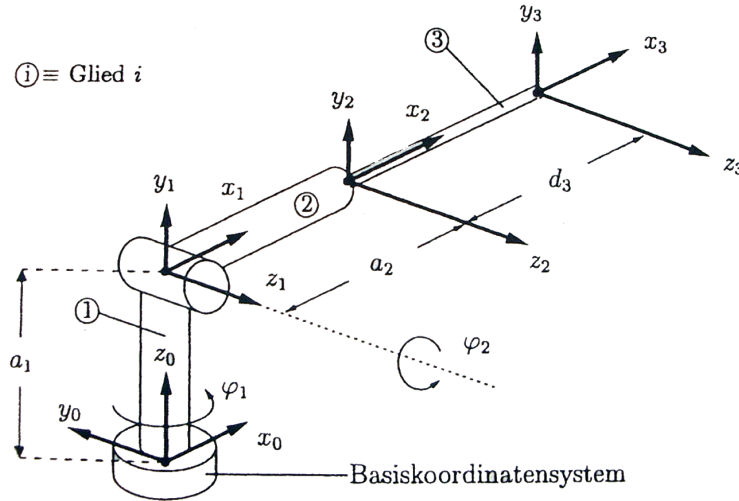


Abbildung A.4.: Beispiel eines Roboters mit drei Gelenken mit nach Denavit-Hartenberg definierten Koordinatensystemen [VA07]

Die homogene Transformationsmatrix ${}^{i-1}T_i$ zur Überführung des Ortskoordinatensystems i in das Ortskoordinatensystem $i-1$ wird wie folgt bestimmt:

$$\begin{aligned}
{}^{i-1}T_i &= \begin{pmatrix} \cos(\varphi_i) & -\sin(\varphi_i) & 0 & 0 \\ \sin(\varphi_i) & \cos(\varphi_i) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & d_i \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \\
&\cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & a_i \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos(\alpha_i) & -\sin(\alpha_i) & 0 \\ 0 & \sin(\alpha_i) & \cos(\alpha_i) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \\
&= \begin{pmatrix} \cos(\varphi_i) & -\sin(\varphi_i)\cos(\alpha_i) & \sin(\varphi_i)\sin(\alpha_i) & a_i\cos(\varphi_i) \\ \sin(\varphi_i) & \cos(\varphi_i)\cos(\alpha_i) & -\cos(\varphi_i)\sin(\alpha_i) & a_i\sin(\varphi_i) \\ 0 & \sin(\alpha_i) & \cos(\alpha_i) & d_i \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}. \quad (\text{A.12})
\end{aligned}$$

Durch Hintereinanderausführung aller Koordinatentransformationen kann die Transformationsmatrix für die Überführung des Endeffektorkoordinatensystems in das Basiskoordinatensystem berechnet werden: ${}^0T_n = {}^0T_1 \cdot {}^1T_2 \dots {}^{n-1}T_n$.

Details zu den genauen Anordnungen der Koordinatensysteme und der Bestimmung der Parameter sind u. a. in [vS04] zu finden.

Literaturverzeichnis

- [ABB04] A. Albers, S. Brudniok, and W. Burger, *Design and development process of a humanoid robot upper body through experimentation*, 4th IEEE/RAS International Conference on Humanoid Robots, 2004, S. 77–92.
- [Ada05] J. Adamy, *Fuzzy Logik, Neuronale Netze und Evolutionäre Algorithmen*, Shaker Verlag, Aachen, 2005.
- [ARA⁺06] T. Asfour, K. Regenstien, P. Azad, J. Schröder, A. Bierbaum, N. Vahrenkamp, and R. Dillmann, *ARMAR-III: An integrated humanoid platform for sensory-motor control*, Proceedings of IEEE-RAS International Conference on Humanoid Robots, 2006.
- [BCW06] I. A. Bonev, D. Chablat, and P. Wenger, *Working and assembly modes of the agile eye*, Proceedings of the 2006 IEEE International Conference on Robotics and Automation, 2006, S. 2317–2322.
- [BLP⁺05] Ricardo Beira, Manuel Lopes, Miguel Praça, Alexandre Bernardino, and José Santos-Victor, *Design and development of a robot head*, Internal Report, May 2005.
- [BLP⁺06] Ricardo Beira, Manuel Lopes, Miguel Praça, José Santos-Victor, Alexandre Bernardino, Giorgio Mettay, Francesco Becchiz, and Roque Saltaren, *Design of the robot-cub (icub) head*, Proceedings of the 2006 IEEE International Conference on Robotics and Automation, 2006, S. 94–100.
- [Bun06] Matthias Bundt, *Entwurfssystem für parallelkinematische Strukturen mit gestellfesten Linearantrieben*, Diplomarbeit, Technische Universität Darmstadt, 2006.
- [DAPM00] Kalyanmoy Deb, Samir Agrawal, Amrit Pratab, and T. Meyarivan, *A Fast Elitist Non-Dominated Sorting Genetic Algorithm for Multi-Objective Optimization: NSGA-II*, Proceedings of the Parallel Problem Solving from Nature VI Conference (Paris, France) (Marc Schoenauer, Kalyanmoy Deb, Günter Rudolph, Xin Yao, Evelyne Lutton, J. J. Merelo, and Hans-Paul Schwefel, eds.), Springer. Lecture Notes in Computer Science No. 1917, 2000, S. 849–858.
- [DPAM02] Kalyanmoy Deb, Amrit Pratap, Sameer Agarwal, and T. Meyarivan, *A Fast and Elitist Multiobjective Genetic Algorithm: NSGA-II*, IEEE Transactions on Evolutionary Computation 6 (2002), 182–197.
- [FSS⁺02] Virgilio F. Ferrario, Chiarella Sforza, Graziano Serrao, GianPiero Grassi, and Erio Mossi, *Active range of motion of the head and cervical spine: a three-dimensional investigation in healthy young adults*, Journal of Orthopaedic Research 20 (2002), 122–129.
- [GA91] Clément M. Gosselin and Jorge Angeles, *A global performance index for the*

- kinematic optimization of robotic manipulators*, ASME Journal of Mechanical Design 113 (1991), no. 3, 220–226.
- [GC99] Clément M. Gosselin and Francois Caron, *US5966991: two degree-of-freedom spherical orienting device*, United States Patent, Oktober 1999.
- [GH94] Clément M. Gosselin and Jean-Francois Hamel, *The agile eye: a high-performance three-degree-of-freedom camera-orienting device*, Proceedings of the 1994 IEEE International Conference on Robotics and Automation, vol. 1, 1994, S. 781–786.
- [Gos92] Clément M. Gosselin, *The optimum design of robotic manipulators using dexterity indices.*, Robotics and Autonomous Systems 9 (1992), no. 4, 213–226.
- [Gos99] Clément M. Gosselin, *Static balancing of spherical 3-dof parallel mechanisms and manipulators.*, The International Journal of Robotics Research 18 (1999), no. 8, 819–829.
- [GPG96] Clément M. Gosselin, St. Pierre, and M. Gagne, *On the development of the agile eye*, IEEE Robotics & Automation Magazine 3 (1996), no. 4, 29–37.
- [GPV95] Clément M. Gosselin, Louis Perreault, and Charles Vaillancourt, *Simulation and computer-aided kinematic design of three-degree-of-freedom spherical parallel manipulators*, Journal of Robotic Systems 12 (1995), no. 12, 857–869.
- [GRGB05] Florent Guenter, Lorenzo Roos, Andre Guignard, and Aude G. Billard, *Design of a biomimetic upper body for the humanoid robot robota*, IEEE-RAS International Conference on Humanoid Robots, 2005, S. 56–61.
- [GrL93a] Clément M. Gosselin and Éric Lavoie, *Conception cinématique de manipulateurs parallèles sphériques isotropes à 3 degrés de liberté*, Transactions de la Société Canadienne de Génie Mécanique 17 (1993), no. 4A, 527–540.
- [GrL93b] Clément M. Gosselin and Éric Lavoie, *On the kinematic design of spherical three-degree-of-freedom parallel manipulators*, The International Journal of Robotics Research 12 (1993), no. 4, 394–402.
- [GSP97] Clément Gosselin and Éric St.-Pierre, *Development and experimentation of a fast 3-dof camera-orienting device.*, The International Journal of Robotics Research 16 (1997), no. 5, 619–630.
- [GSR94a] Clément M. Gosselin, Jaouad Sefrioui, and Marc J. Richard, *On the direct kinematics of spherical three-degree-of-freedom parallel manipulators of general architecture*, ASME Journal of Mechanical Design 116 (1994), 594–598.
- [GSR94b] Clément M. Gosselin, Jaouad Sefrioui, and Marc J. Richard, *On the direct kinematics of spherical three-degree-of-freedom parallel manipulators with a coplanar platform*, ASME Journal of Mechanical Design 116 (1994), no. 2, 587–593.
- [HC06] Tarcisio A. Hess-Coelho, *Topological synthesis of a parallel wrist mechanism*, Journal of Mechanical Design 128 (2006), 230–235.
- [Hil99] A. Hilbert, *Mehrkriterielle Optimierung mit Hilfe genetischer Algorithmen am Beispiel von Parallelstrukturen*, Diplomarbeit, Technische Universität Chemnitz, Juli 1999.
- [Hon04] Honda, *Specifications of the research model*, <http://world.honda.com/ASIMO/next-generation/index.html>, Dezember 2004.

- [HRI07] HRI - Humanoid Robotics Institute, Waseda University, *Emotion expression humanoid robot WE-4RII*, <http://www.takanishi.mech.waseda.ac.jp/research/we/we-4rII/>, Mai 2007.
- [HSF⁺05] M. Hackel, St. Schwoppe, J. Fritsch, B. Wrede, and G. Sagerer, *A humanoid robot platform suitable for studying embodied interaction*, Proceedings of the IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems (Edmonton, Alberta, Canada), IEEE, August 2005, S. 56–61.
- [Kap85] Ibrahim A. Kapandji, *Funktionelle Anatomie der Gelenke: Schematisierte und kommentierte Zeichnungen zur menschlichen Biomechanik*, vol. 3 - Rumpf und Wirbelsäule, Thieme, Stuttgart, 1985.
- [Kir01] Jan Kirchner, *Mehrkriterielle Optimierung von Parallelkinematiken*, Verlag Wissenschaftliche Scripten, Zwickau, 2001.
- [KKK⁺04] K. Kaneko, F. Kanehiro, S. Kajita, H. Hirukawa, T. Kawasaki, M. Hirata, K. Akachi, and T. Isozumi, *Humanoid robot HRP-2*, Proceedings of the 2004 IEEE International Conference on Robotics and Automation, vol. 2, 2004, S. 1083–1090.
- [Lab07] Laboratoire de robotique de l'Université Laval, *The agile eye - simplified version*, <http://robot.gmc.ulaval.ca/en/research/theme103.html>, Mai 2007.
- [Lan04] Christian Langen, *Parameteroptimierung eines bionischen Hörmodells zur Periodizitätsanalyse mittels Evolutionärer Algorithmen*, Studienarbeit, April 2004.
- [LPR07] LPR - University of Massachusetts, Amherst, *UMASS Humanoid Dexter*, <http://www-robotics.cs.umass.edu/Robots/Dexter>, Mai 2007.
- [Mer06] J.-P. Merlet, *Parallel robots*, 2 ed., Springer, 2006.
- [MIT07] MIT, *Overview of cog's robotic hardware*, <http://www.ai.mit.edu/projects/humanoid-robotics-group/cog/hardware.html>, Mai 2007.
- [MOTT02] H. Miwa, T. Okuchi, H. Takanobu, and A. Takanishi, *Development of a new human-like head robot WE-4*, IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and System, vol. 3, September 2002, S. 2443–2448.
- [MYS⁺06] Ikuo Mizuuchi, Tomoaki Yoshikai, Yoshinao Sodeyama, Yuto Nakanishi, Akihiko Miyadera, Taichi Yamamoto, Tuomas Niemelä, Marika Hayashi, Junichi Urata, Yuta Namiki, Tamaki Nishino, and Masayuki Inaba, *Development of musculoskeletal humanoid Kotaro*, Proceedings of the 2006 IEEE International Conference on Robotics and Automation, Orlando, Florida, Mai 2006.
- [Neu06] Reimund Neugebauer, *Parallelkinematische Maschinen: Entwurf, Konstruktion, Anwendung*, Springer, 2006.
- [OAS⁺06] Yu Ogura, Hiroyuki Aikawa, Kazushi Shimomura, Hideki Kondo, Akitoshi Morishima, Hun ok Lim, and Atsuo Takanishi, *Development of a humanoid robot WABIAN-2*, Proceedings of the 2006 IEEE International Conference on Robotics and Automation, 2006, S. 76–81.
- [OEF⁺06] Ch. Ott, O. Eiberger, W. Friedl, B. Bäuml, U. Hillenbrand, Ch. Borst, A. Albuschäffer, B. Brunner, H. Hirschmüller, S. Kielhöfer, R. Konietschke, M. Suppa, T. Wimböck, F. Zacharias, and G. Hirzinger, *A humanoid two-arm system*

- for dexterous manipulation*, IEEE-RAS International Conference on Humanoid Robots, Genova/Italy, 2006, S. 276–283.
- [Pla05] Werner Platzer, *Taschenatlas der Anatomie*, vol. 1 - Bewegungsapparat, Thieme, 2005.
- [PZ05] Julius Panero and Martin Zelnik, *Human dimension & interior space: A source book of design reference standards*, Whitney Library of Design, 2005.
- [RGGB06] Lorenzo Roos, Florent Guenter, Andre Guignard, and Aude G. Billard, *Design of a biomimetic spine for the humanoid robot robota*, The First IEEE/RAS-EMBS International Conference on Biomedical Robotics and Biomechatronics, 2006, S. 329–334.
- [Ses06] Aravind Seshadri, *Multi-objective Optimization using Evolutionary Algorithms (MOEA)*, <http://www.mathworks.com/>, März 2006.
- [SSZ99] Schiebler, Schmidt, and Zilles, *Anatomie*, 8 ed., Springer, 1999.
- [SWA⁺02] Y. Sakagami, R. Watanabe, C. Aoyama, S. Matsunaga, N. Higaki, and K. Fujimura, *The intelligent ASIMO: system overview and integration*, IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and System, vol. 3, Oktober 2002, S. 2478–2483.
- [VA07] Christian Voigt and Jürgen Adamy, *Formelsammlung der Matrizenrechnung*, Fachgebiet Regelungstheorie und Robotik, Technische Universität Darmstadt, 2007.
- [vS04] Oskar von Stryk, *Robotik I*, Skript, 2004.
- [Wik07] Wikipedia, *Spherical coordinate system*, <http://en.wikipedia.org/>, Mai 2007.
- [WvB05] Mark Wexler and Jeroen J. A. van Bortel, *Depth perception by the active observer*, Trends in Cognitive Sciences 9 (2005), no. 9, 431–438.
- [ZG01] Dimiter Zlatanov and Clément M. Gosselin, *A family of new parallel architectures with four degrees of freedom*, Computational Kinematics Conference, Seoul (2001), 57–66.
- [ZZG05] Matteo Zoppi, Dimiter Zlatanov, and Clément M. Gosselin, *Analytical kinematics models and special geometries of a class of 4-dof parallel mechanisms*, IEEE Transactions on Robotics, vol. 21, Dezember 2005.